

# Квантовые логические операции на спиновых состояниях в непрерывном СВЧ-поле

А. Ф. Зиновьева, А. В. Ненашев, А. В. Двуреченский

*Институт физики полупроводников СО РАН (Новосибирск)*

Т. С. Зароднюк, А. Ю. Горнов

*Институт динамики систем и теории управления СО РАН (Иркутск)*

# Мотивация:

## КВАНТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК

**Чтобы сделать квантовый компьютер,**

необходимо обеспечить

(по крайней мере)

- однокубитовые операции,
- двухкубитовые операции,
- запись и чтение,
- достаточно малую вероятность ошибок,
- тысячи кубитов в одном устройстве с возможностью индивидуальной адресации к каждому,
- и т. п.

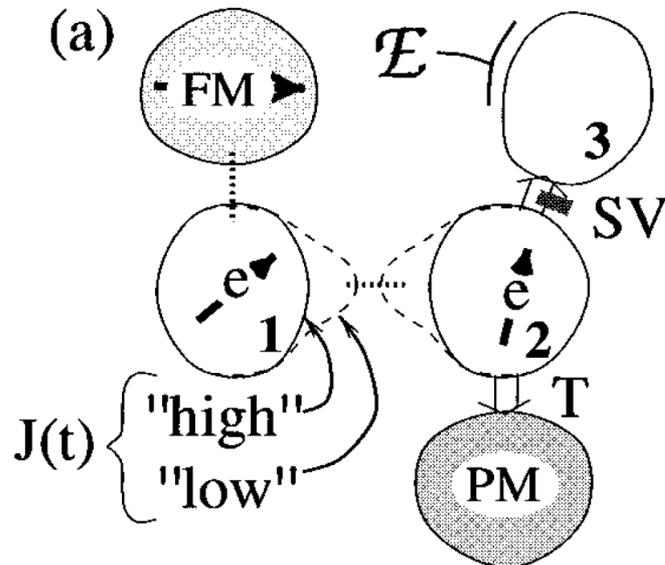
# Мотивация:

## КВАНТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК

Чтобы сделать квантовый компьютер, необходимо обеспечить (по крайней мере)

- однокубитовые операции,
- двухкубитовые операции,
- запись и чтение,
- достаточно малую вероятность ошибок,
- тысячи кубитов в одном устройстве с возможностью индивидуальной адресации к каждому,
- и т. п.

D. Loss and D. P. DiVincenzo  
"Quantum computation with quantum dots", Phys. Rev. A **57**, 120 (1998) — 3200 цитирований



обменное взаимодействие управляется затвором  $\Rightarrow$   
индивидуальный затвор для каждой пары квантовых точек!!!

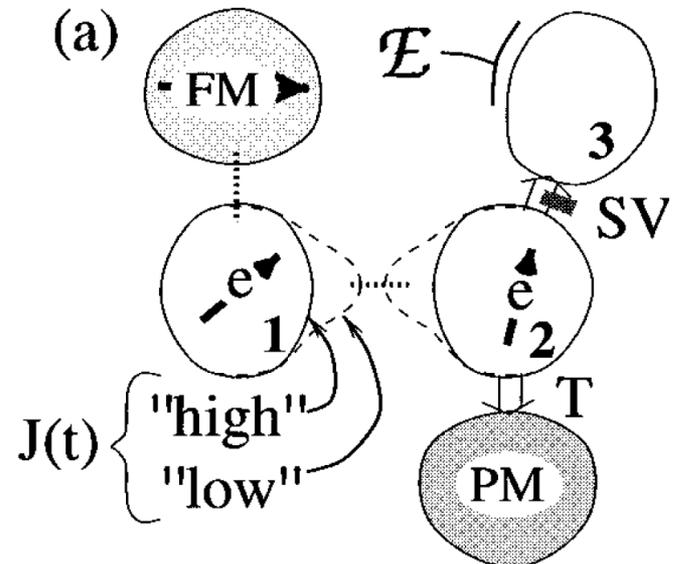
# Мотивация:

## КВАНТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК

Чтобы сделать квантовый компьютер, необходимо обеспечить (по крайней мере)

- однокубитовые операции,
- двухкубитовые операции,
- запись и чтение,
- достаточно малую вероятность ошибок,
- тысячи кубитов в одном устройстве с возможностью индивидуальной адресации к каждому,
- и т. п.

D. Loss and D. P. DiVincenzo  
"Quantum computation with quantum dots", Phys. Rev. A **57**, 120 (1998) — 3200 цитирований



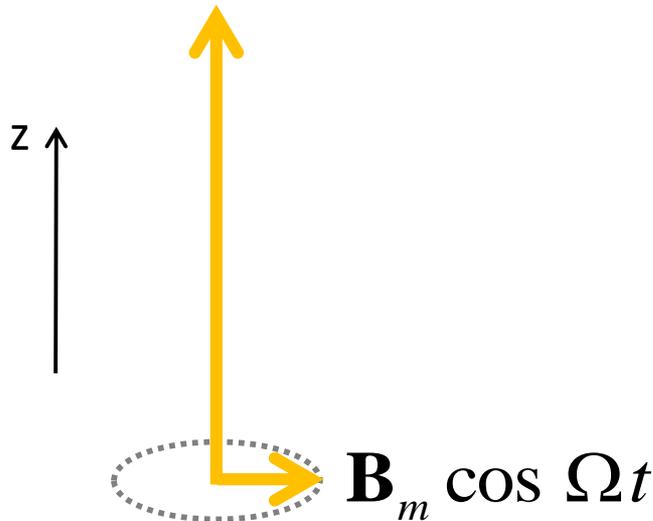
обменное взаимодействие управляется затвором  $\Rightarrow$   
индивидуальный затвор для каждой пары квантовых точек!!!

# Модель:

два спина + магнитное поле + СВЧ + обменное взаимодействие

$$\hbar\Omega = g_0 \mu_B B_0$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}(t)$$



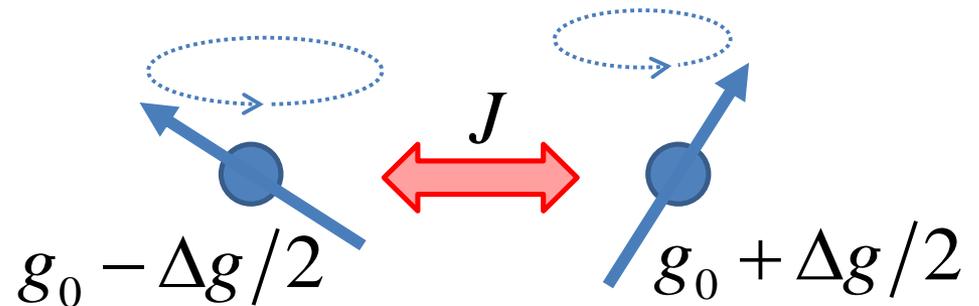
магнитное поле  $\mathbf{B}_0$  (вдоль Z)

+ СВЧ магн. поле  $\mathbf{B}_m \cos \Omega t$  (в плоскости XY)

+ радиочастот. магн. поле  $\delta\mathbf{B}(t)$  (вдоль Z)

ларморовская прецессия

$$\hbar\omega_L = g\mu_B B$$



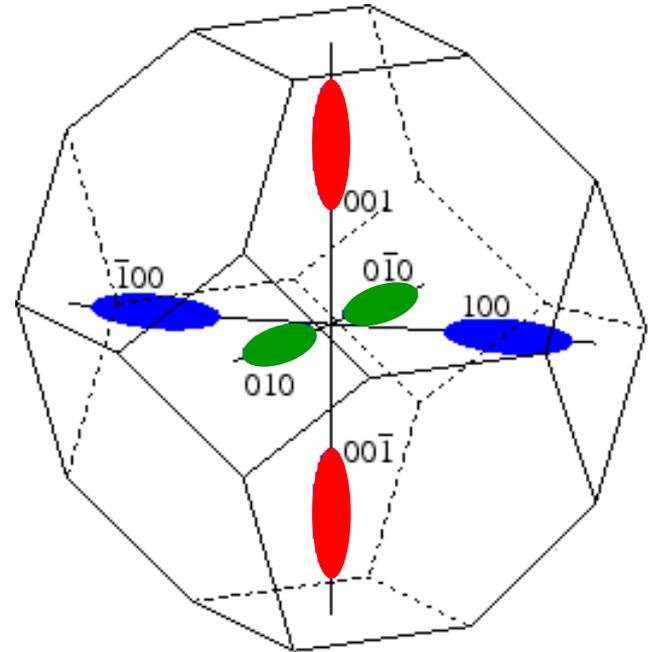
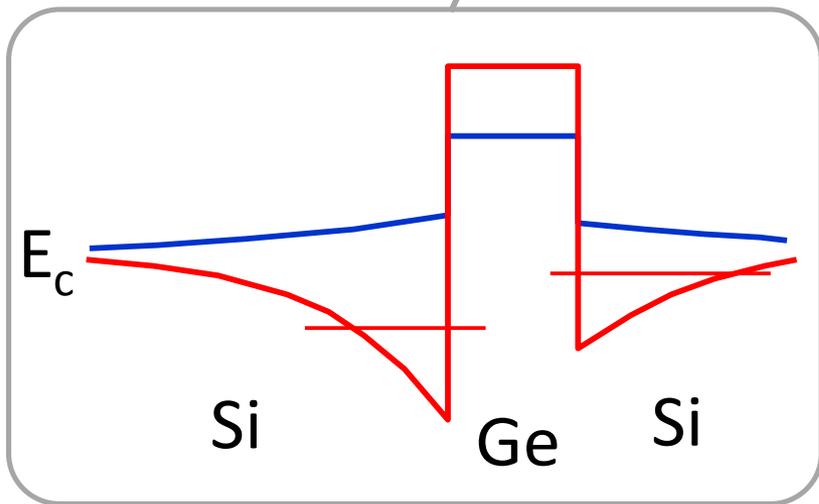
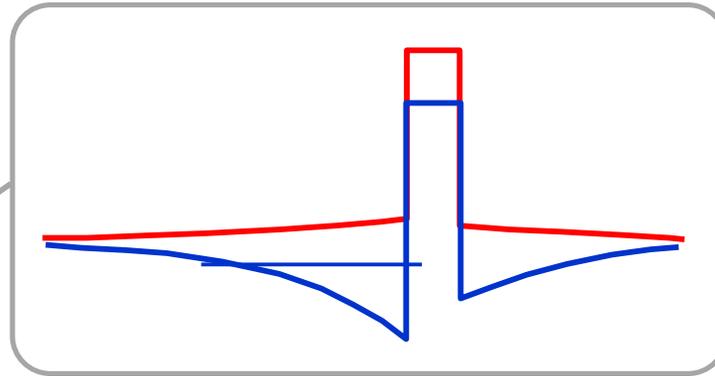
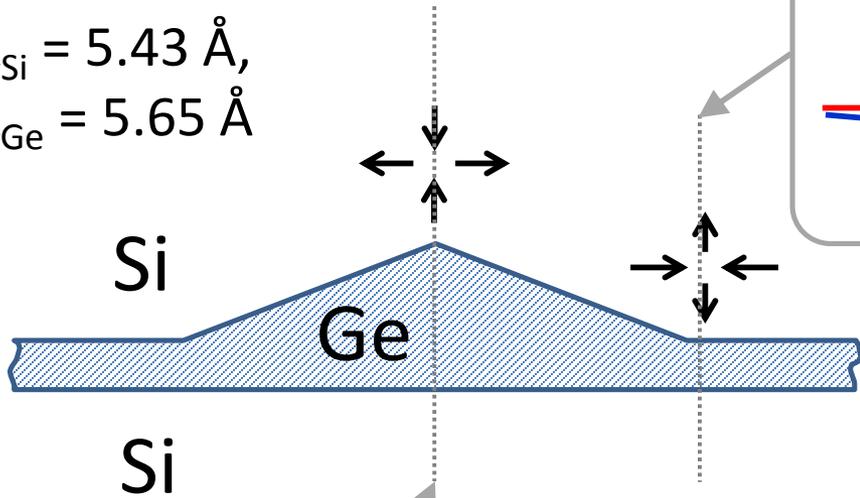
обменное взаимодействие

**спиновая динамика =**

- = ларморовская прецессия (управляемая с помощью  $\delta B$ )
- + осцилляции Раби (вызываемые СВЧ-полем)
- + обменное взаимодействие

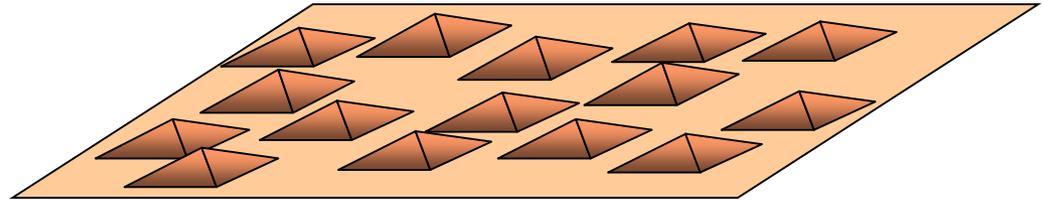
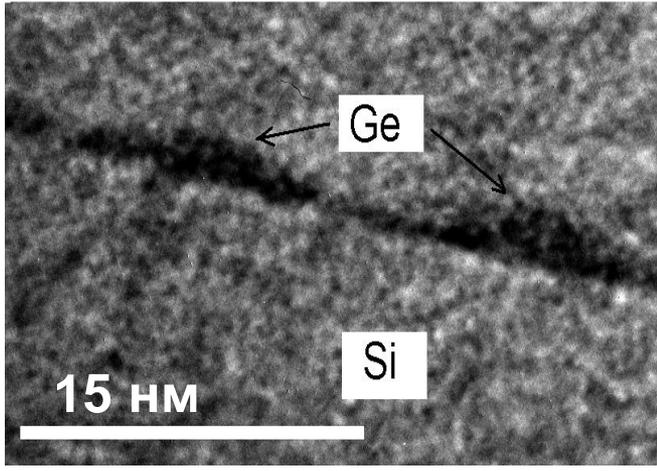
# Ge квантовые точки в матрице Si

$A_{Si} = 5.43 \text{ \AA}$ ,  
 $A_{Ge} = 5.65 \text{ \AA}$



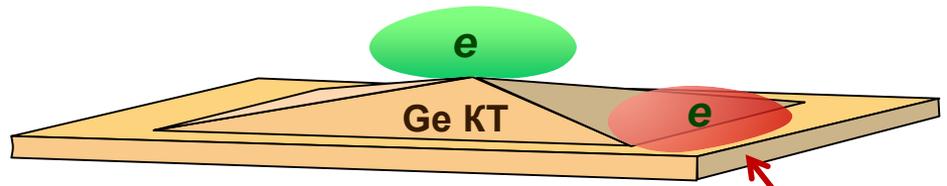
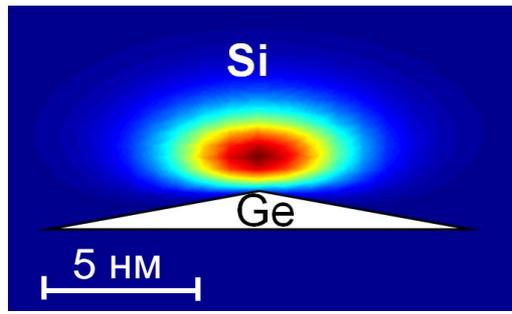
# Квантовые точки в системе Ge/Si

## 2D массив Ge/Si квантовых точек



Типичные размеры:  
 1-2 нм – высота  
 10-20 нм – основание  
 Дисперсия по размерам: ~10-20%  
 Плотность:  $\sim 10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-2}$

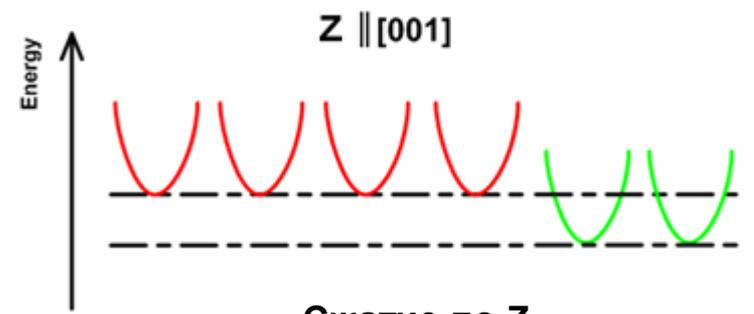
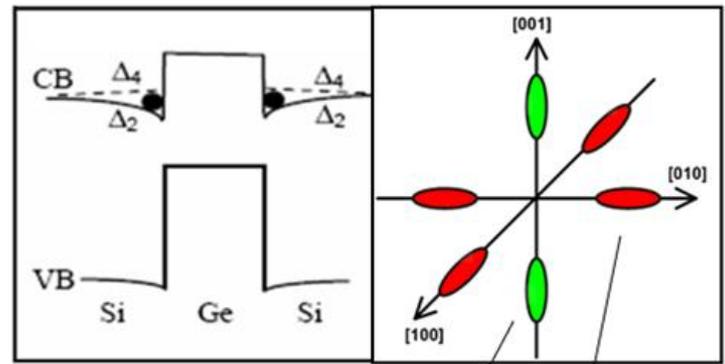
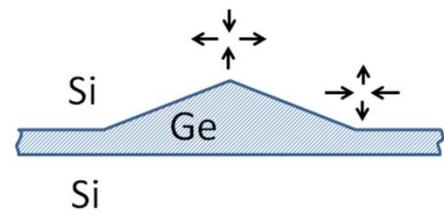
$T=350-500^\circ\text{C}$



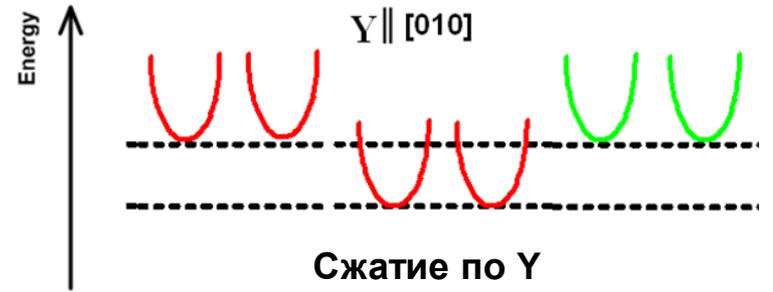
Латеральный размер  $L > 30 \text{ нм}$

# Различная локализация электронов

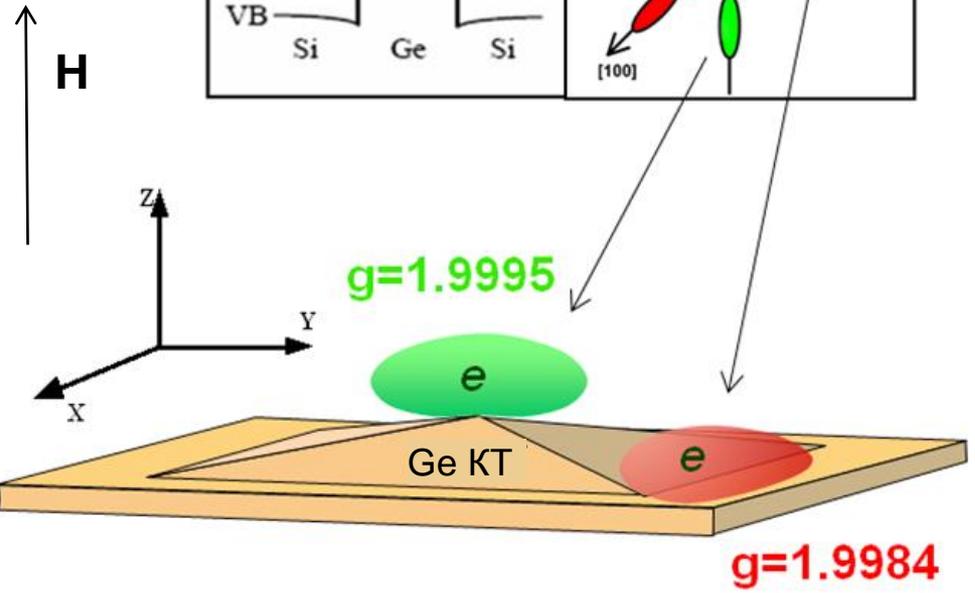
Различный характер деформаций вблизи вершины КТ и на ребре основания КТ обеспечивает разную величину и угловую зависимость g-факторов электронов. При  $H \parallel Z$  должна наблюдаться оптимальная разница  $\Delta g \approx 10^{-3}$ .



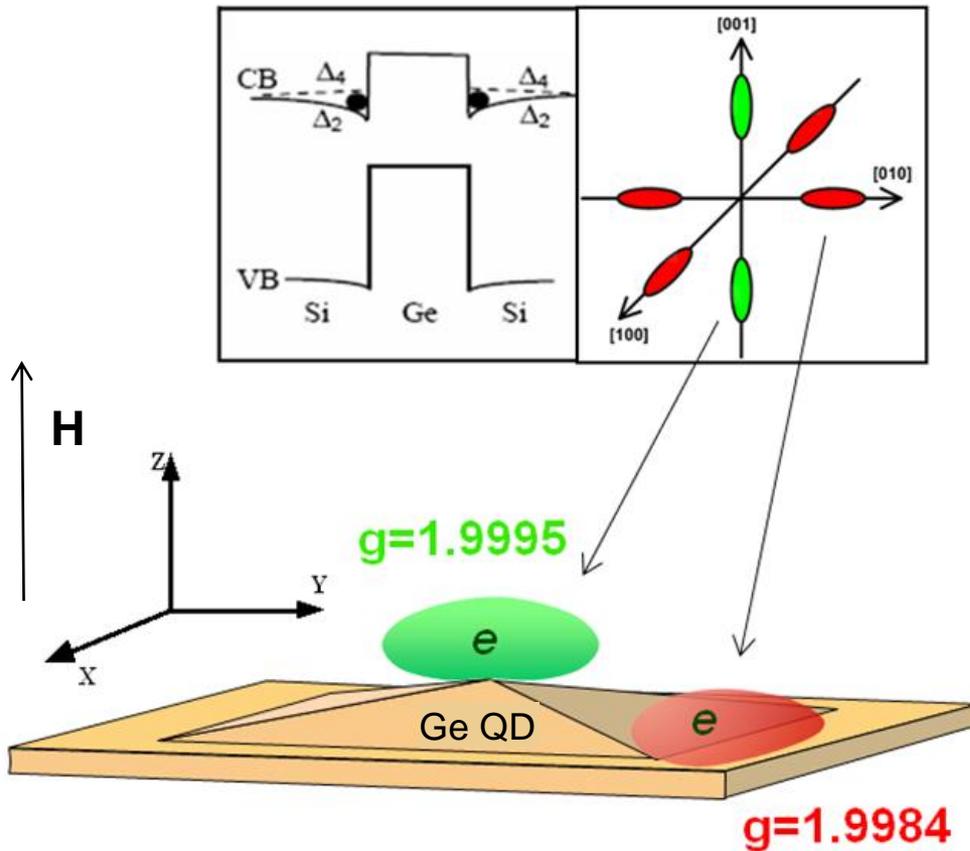
Сжатие по Z



Сжатие по Y

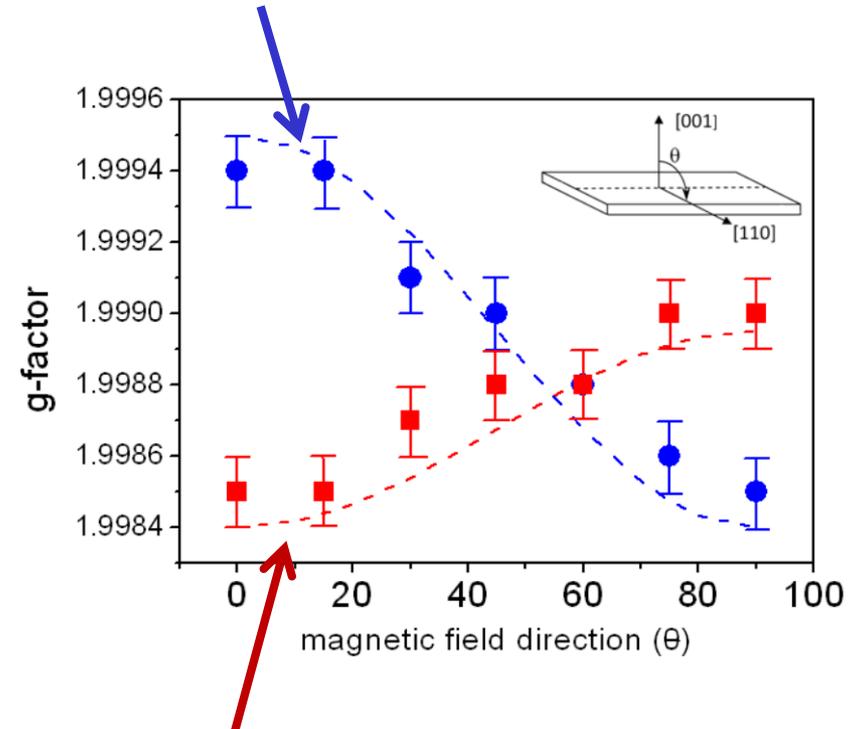


# g-фактор электронов в структурах с GeSi квантовыми точками



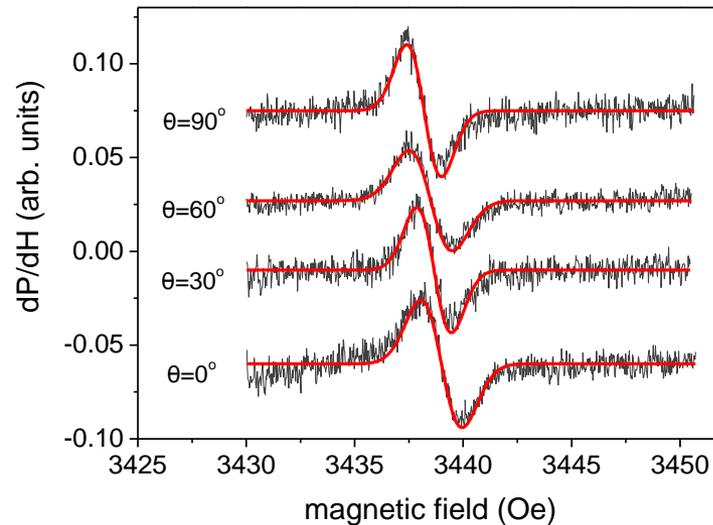
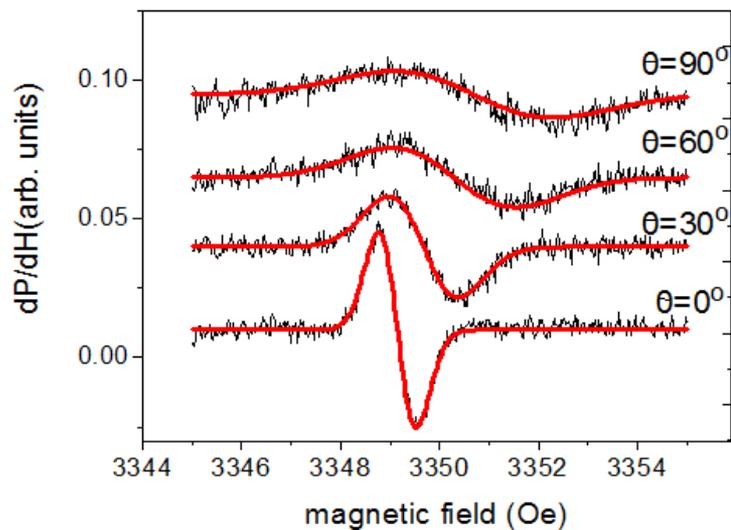
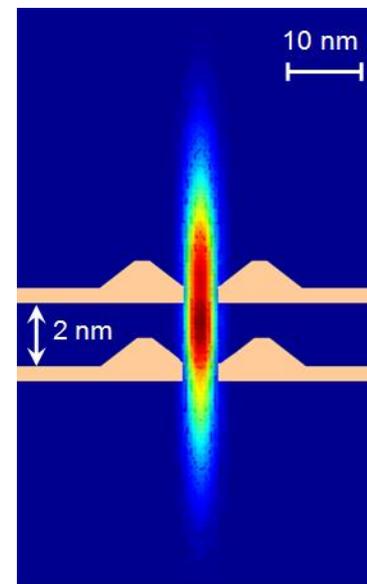
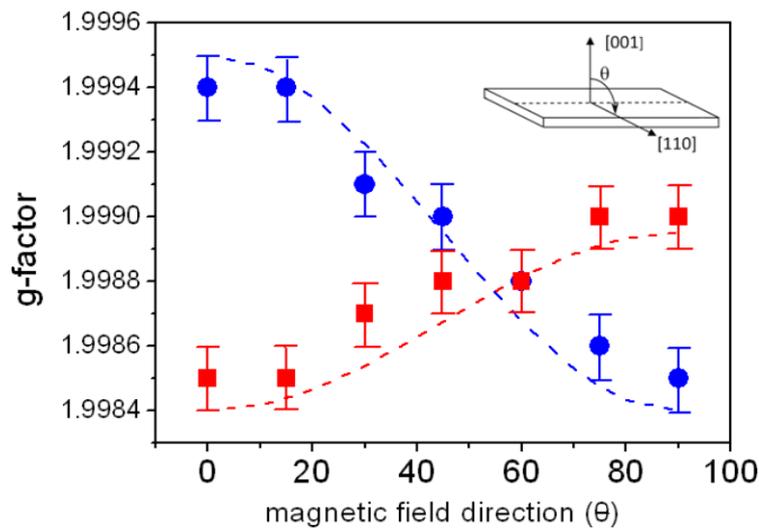
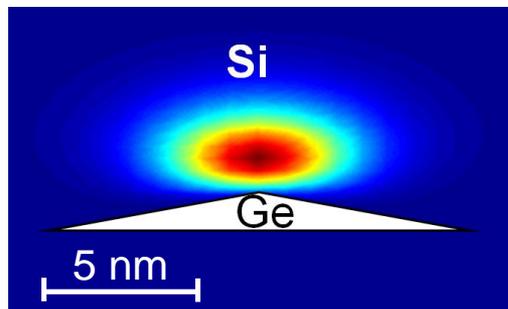
Латеральный размер КТ  $L > 30$  нм

A.F. Zinoveva, A.V. Dvurechenskii, N.P. Stepina, A.S. Deryabin, A.I. Nikiforov, R. Rubinger, N.A. Sobolev, J.P. Leitão, M.C. Carmo. *Phys. Rev. B*, 2008, v. 77, p. 115319.



A.F. Zinovieva, A.I. Nikiforov, V.A. Timofeev, A.V. Nenashev, A.V. Dvurechenskii, L.V. Kulik. *Phys. Rev. B*. 2013, v.88, p.235308

# Различная локализация вблизи Ge КТ



# Модель:

два спина + магнитное поле + СВЧ + обменное взаимодействие

ларморовская прецессия  $\hbar \omega_L = g \mu_B B$

$$\hbar \Omega = g_0 \mu_B B_0$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta \mathbf{B}(t)$$

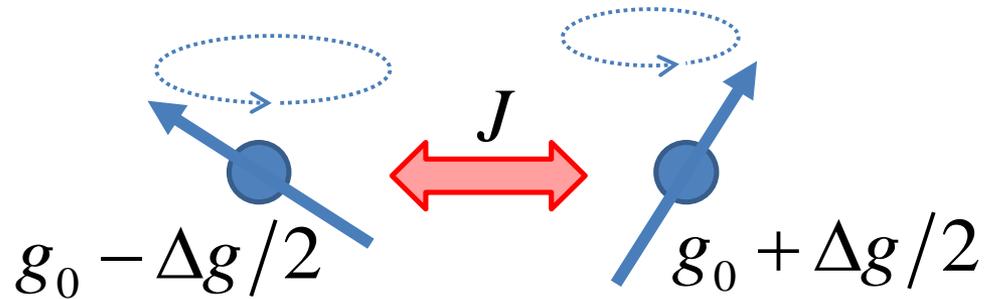
z ↑


$$\mathbf{B}_m \cos \Omega t$$

магнитное поле  $\mathbf{B}_0$  (вдоль Z)

+ СВЧ магн. поле  $\mathbf{B}_m \cos \Omega t$  (в плоскости XY)

+ переменное магн. поле  $\delta \mathbf{B}(t)$  (вдоль Z)



обменное взаимодействие

**Параметры:**

$$B_0 \approx 1 \text{ T} \equiv 10^4 \text{ G}$$

$$g_0 \approx 2, \quad \Delta g \approx 10^{-3}$$

$$B_m \approx 1 \text{ G}, \quad \Omega \approx 10^{10} \text{ Hz}$$

$\delta B(t)$ : амплитуда  $\approx 1 \text{ G}$ ,  
частота  $\approx 10^6 \text{ Hz}$

$$J \approx 10^{-10} \text{ eV}$$

Логические операции на двух кубитах задаются матрицами 4×4.

Примеры:

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ тождественное} \\ \text{преобразование}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ SWAP}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ операция НЕ над} \\ \text{2-м кубитом} \\ \text{(поворот на } 180^\circ \\ \text{вокруг оси X)}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ контролируемое} \\ \text{НЕ}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \end{pmatrix} \text{ поворот 2-го} \\ \text{кубита на } 90^\circ \\ \text{вокруг оси Z}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sqrt{\text{SWAP}}$$

Логические операции на двух кубитах задаются матрицами 4×4.

Примеры:

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ тождественное преобразование}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ SWAP}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ операция НЕ над 2-м кубитом (поворот на } 180^\circ \text{ вокруг оси X)}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ контролируемое НЕ}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \end{pmatrix} \text{ поворот 2-го кубита на } 90^\circ \text{ вокруг оси Z}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sqrt{\text{SWAP}}$$

# Математическая постановка задачи

**Цель:** подобрать такую функцию  $\delta B(t)$ , чтобы реализовать заданную операцию  $U$ .

Будем искать  $\delta B(t)$  в виде синусоиды:  $\underbrace{A \cos(\omega t + \varphi) + C}$ .

$A, \omega, \varphi, C$  – подгоночные параметры

# Математическая постановка задачи

**Цель:** подобрать такую функцию  $\delta B(t)$ , чтобы реализовать заданную операцию  $\mathbf{U}$ .

Будем искать  $\delta B(t)$  в виде синусоиды:  $\underbrace{A \cos(\omega t + \varphi) + C}$ .

$A, \omega, \varphi, C$  – подгоночные параметры

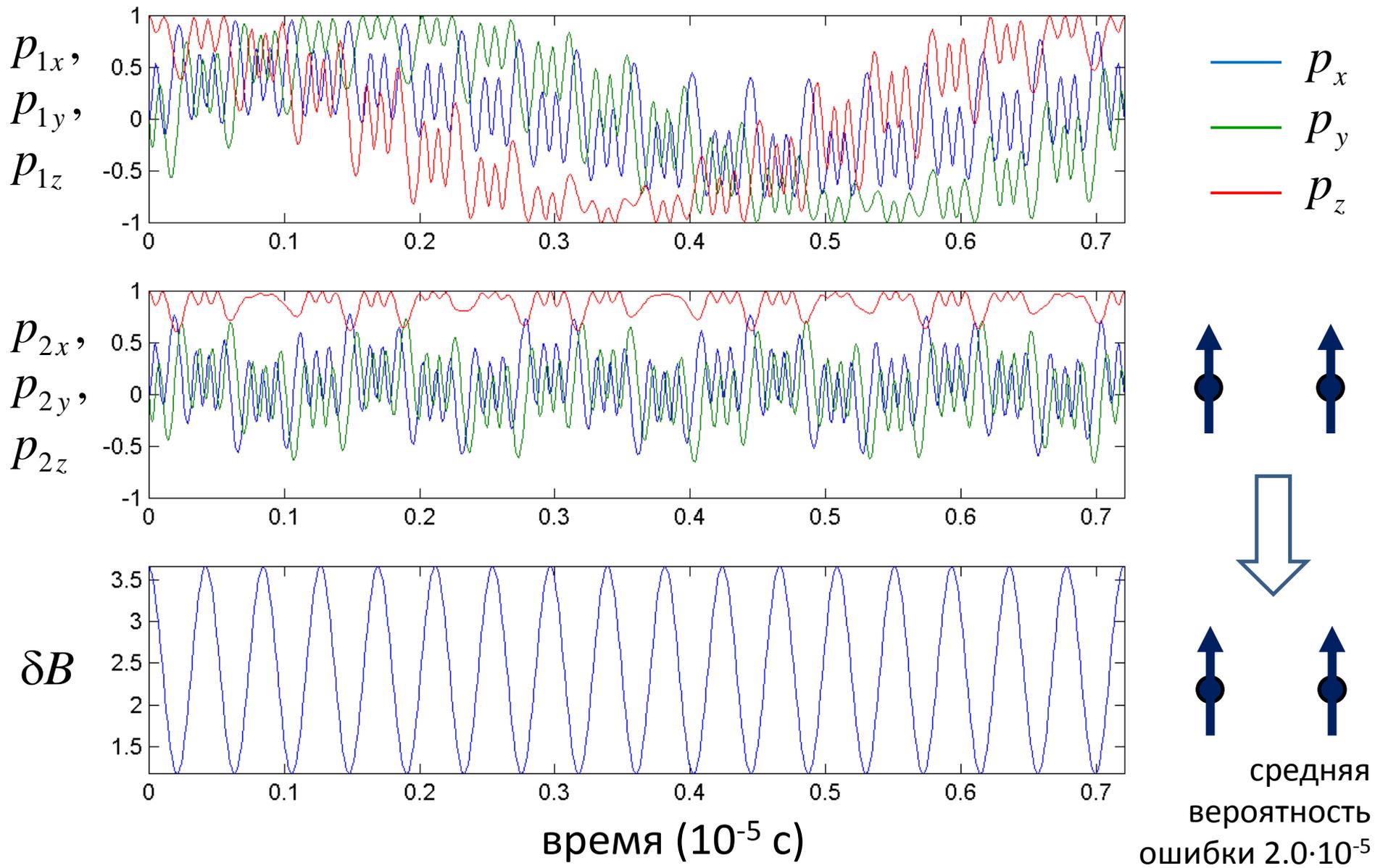
Гамильтониан во вращающейся системе отсчёта:

$$\hat{H}(t) = \begin{pmatrix} \frac{J}{4} + g_0 \mu_B \delta B(t) & \frac{g_0 - \delta g/2}{2} \mu_B B_m & \frac{g_0 + \delta g/2}{2} \mu_B B_m & 0 \\ \frac{g_0 - \delta g/2}{2} \mu_B B_m & -\frac{J}{4} + \delta g \left( \frac{\hbar \Omega}{2g_0} + \frac{\mu_B \delta B(t)}{2} \right) & \frac{J}{2} & \frac{g_0 + \delta g/2}{2} \mu_B B_m \\ \frac{g_0 + \delta g/2}{2} \mu_B B_m & \frac{J}{2} & -\frac{J}{4} - \delta g \left( \frac{\hbar \Omega}{2g_0} + \frac{\mu_B \delta B(t)}{2} \right) & \frac{g_0 - \delta g/2}{2} \mu_B B_m \\ 0 & \frac{g_0 + \delta g/2}{2} \mu_B B_m & \frac{g_0 - \delta g/2}{2} \mu_B B_m & \frac{J}{4} - g_0 \mu_B \delta B(t) \end{pmatrix} \begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix}$$

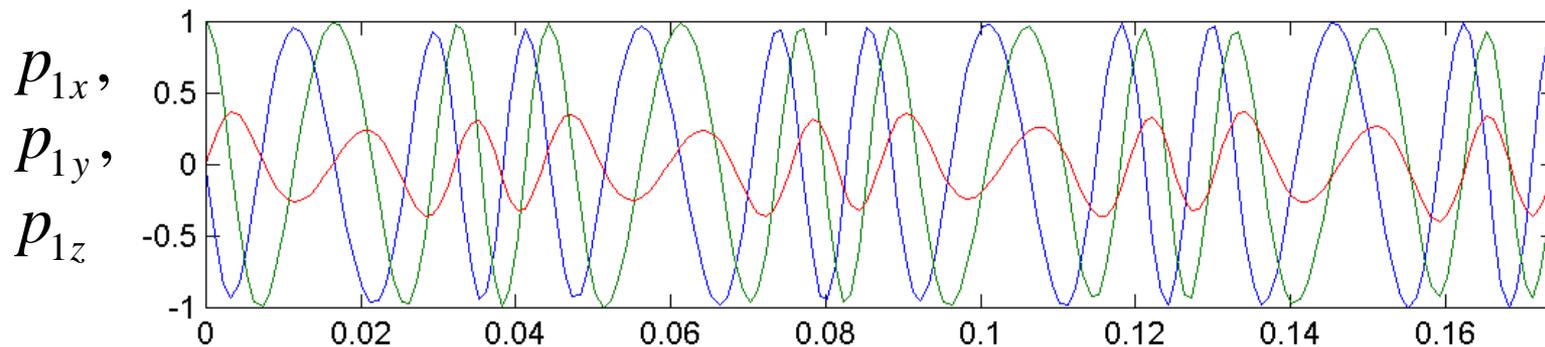
Оператор эволюции  $U_t$  (матрица  $4 \times 4$ ) удовлетворяет уравнению  $i\hbar \frac{dU_t}{dt} = \hat{H}(t) U_t$  и начальному условию  $U_0 = \hat{1}$ .

**Задача:** подобрать параметры  $A, \omega, \varphi, C$  и момент времени  $T$  так, чтобы  $U_T = \mathbf{U} \exp(i\alpha)$ .

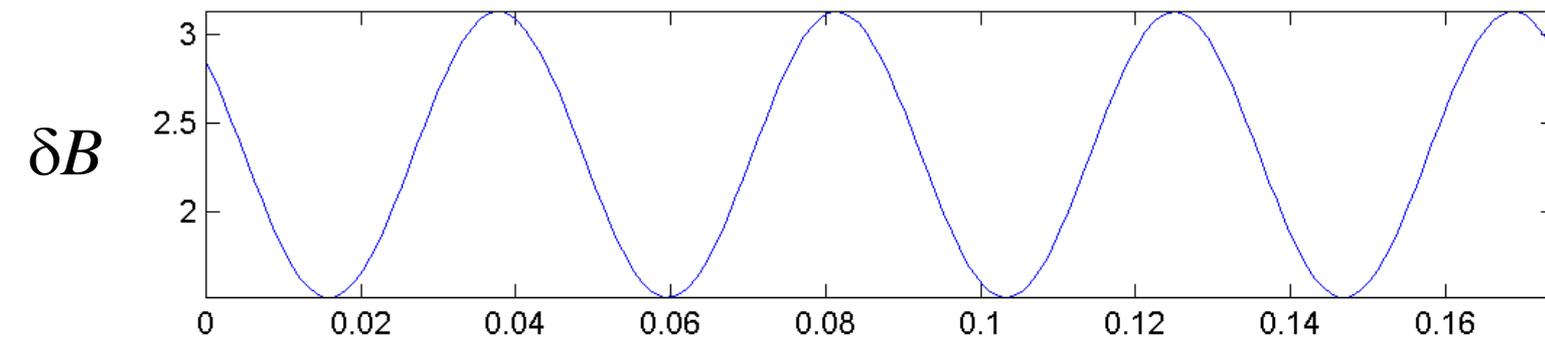
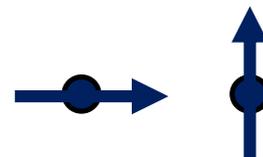
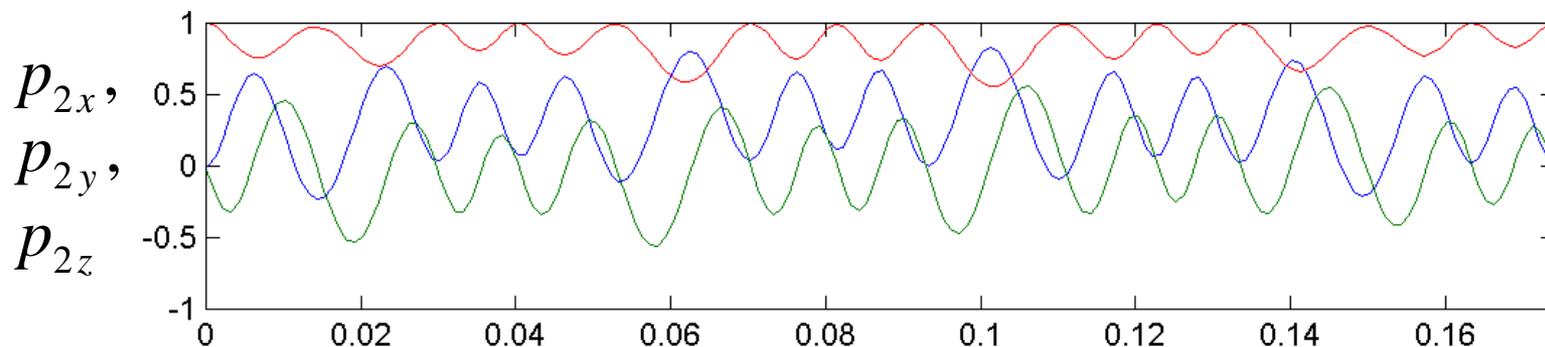
# Как это работает: сохранение информации



# Как это работает: поворот 1-го спина на $90^\circ$



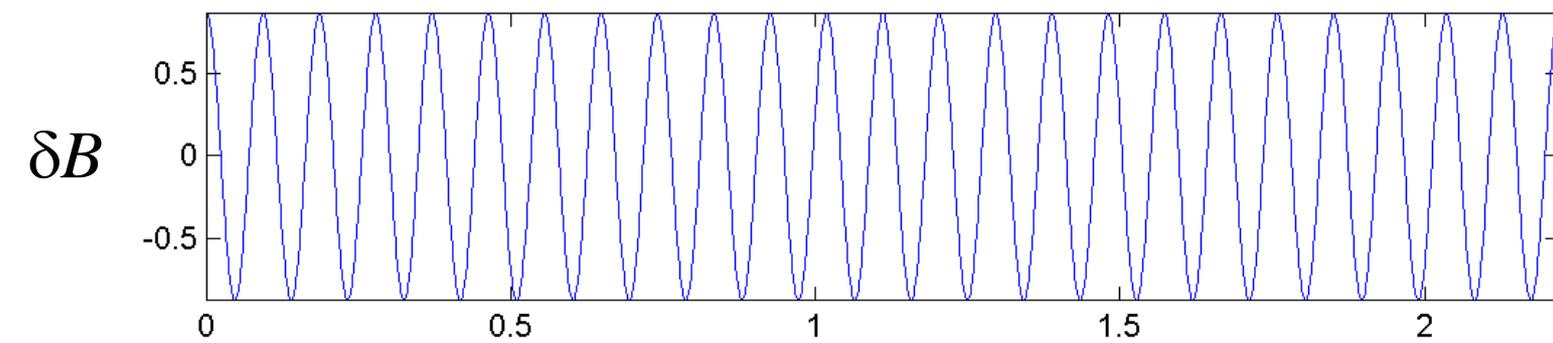
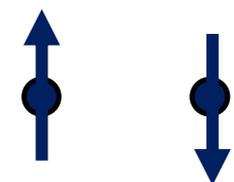
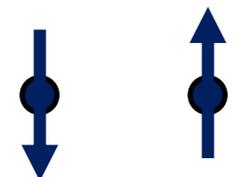
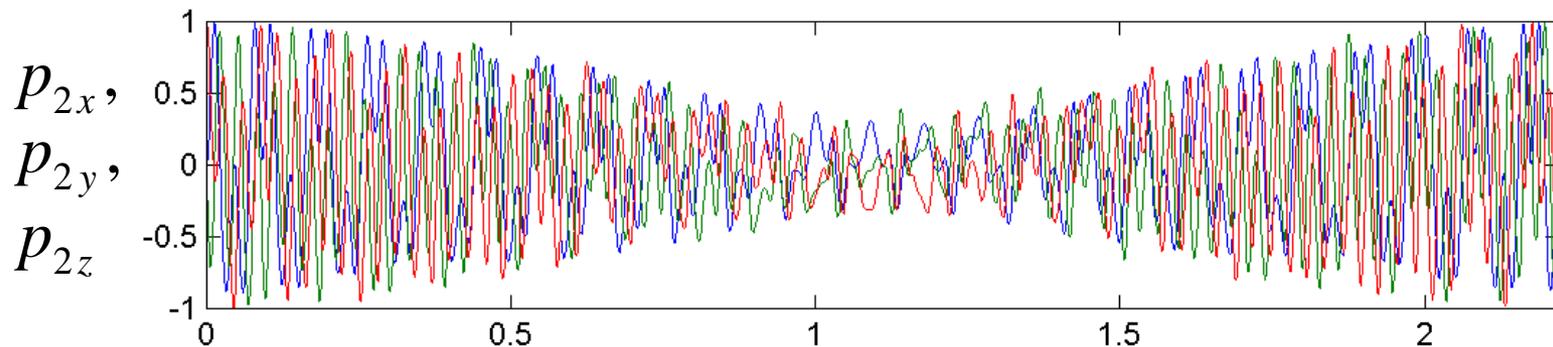
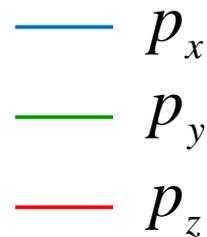
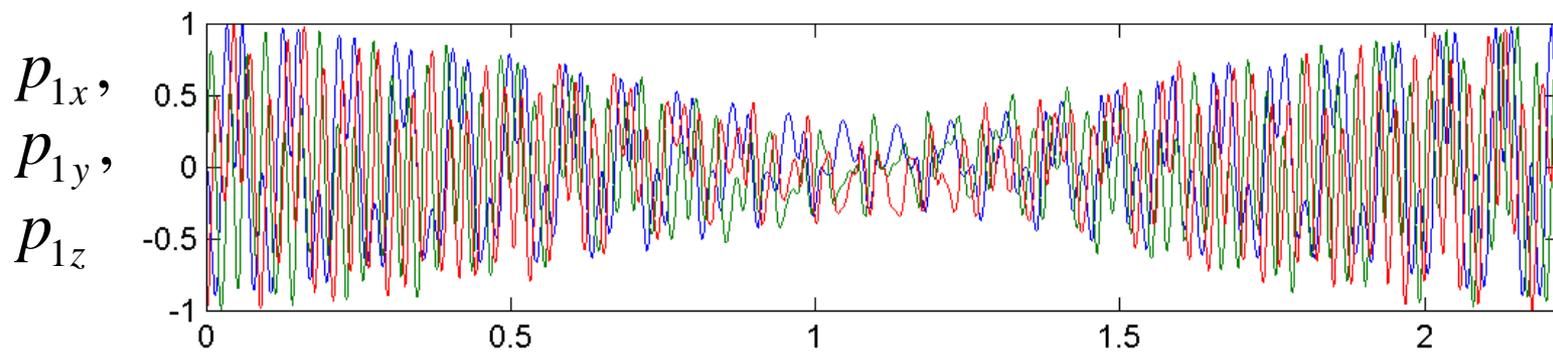
—  $p_x$   
—  $p_y$   
—  $p_z$



средняя  
вероятность  
ошибки  $4.0 \cdot 10^{-3}$

время ( $10^{-5}$  с)

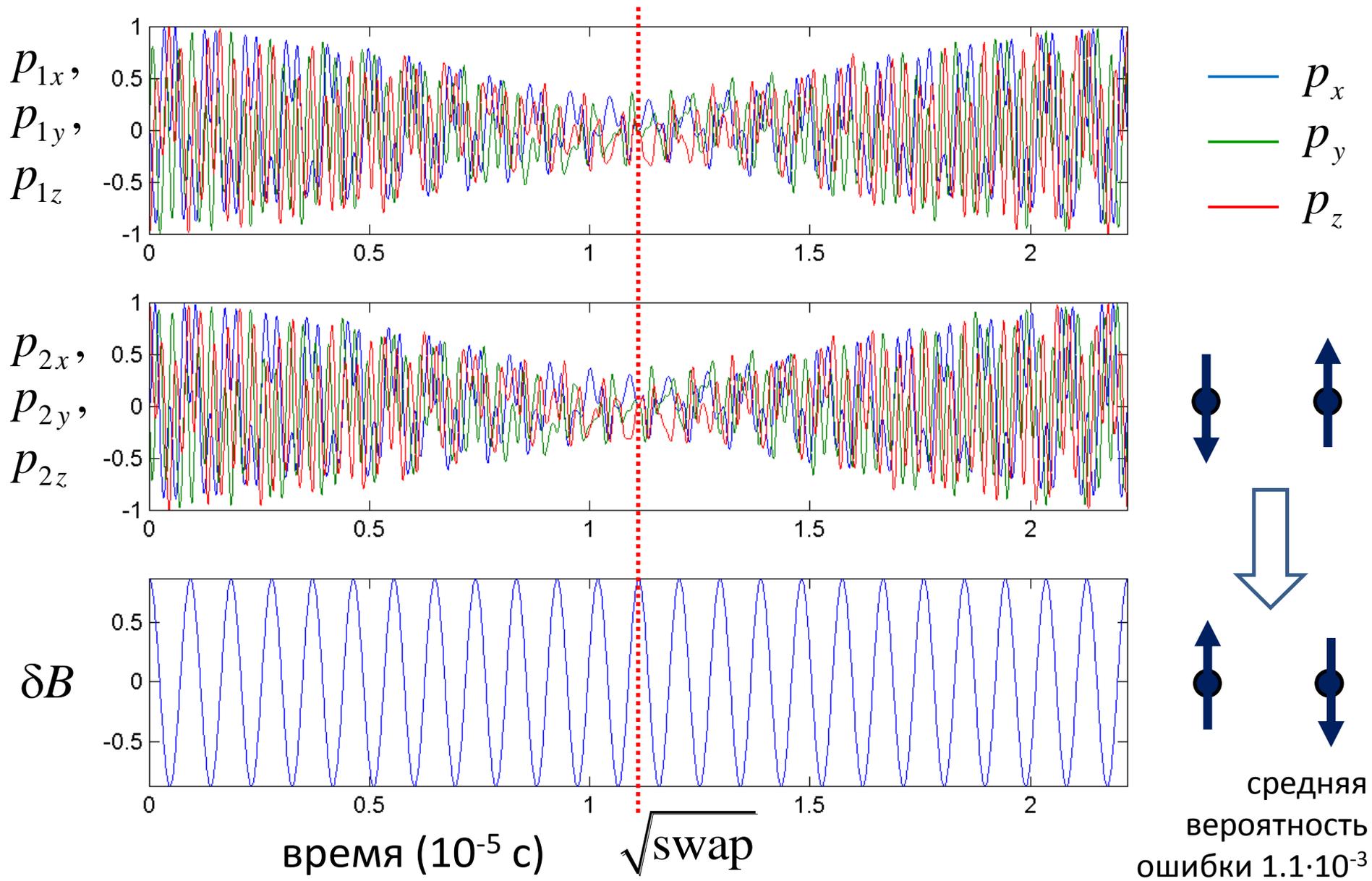
# Как это работает: **swap**

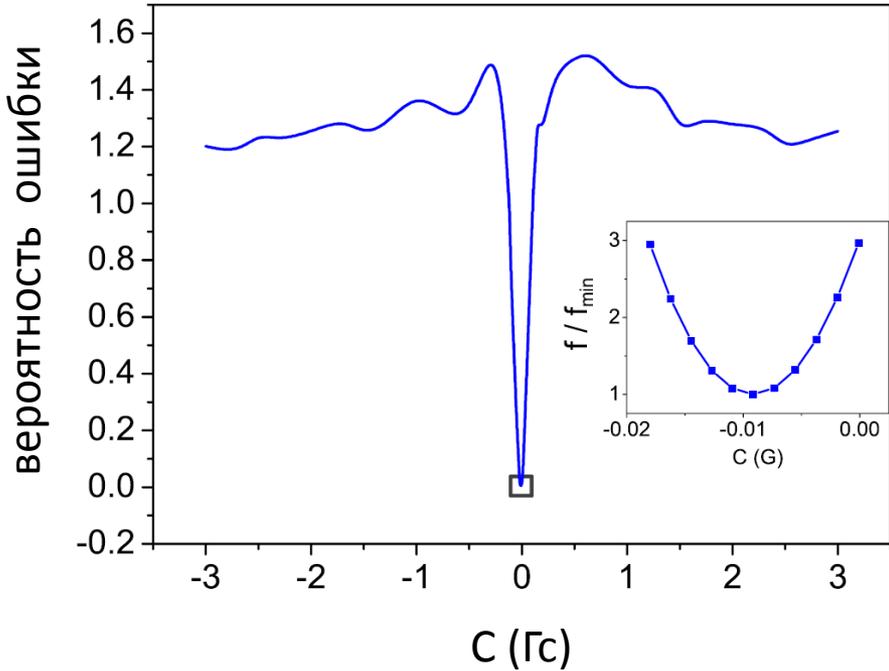


средняя  
вероятность  
ошибки  $1.1 \cdot 10^{-3}$

время ( $10^{-5}$  с)

# Как это работает: swap

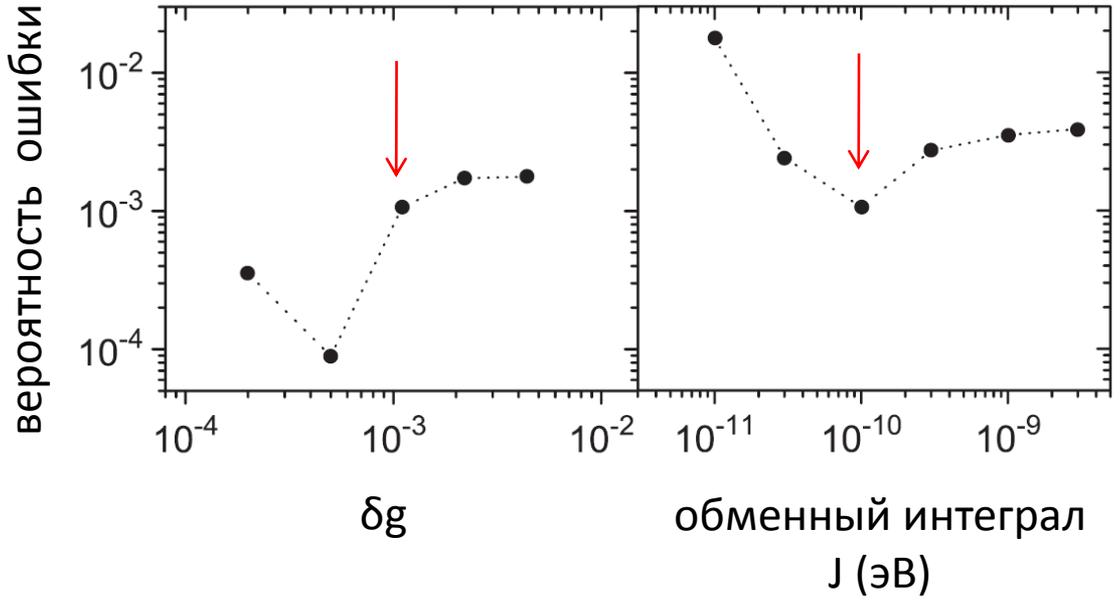




Зависимость ошибки выполнения операции  $\sqrt{\text{SWAP}}$  от параметра С:

$$\delta B(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + C.$$

Зависимость ошибки выполнения операции SWAP от параметров системы



## Landauer's disclaimer

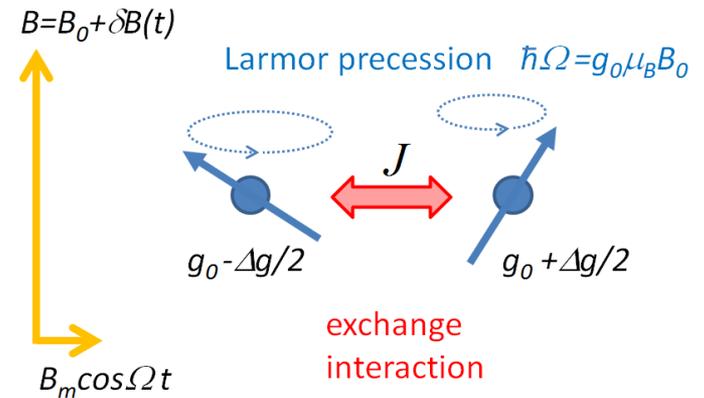
*Nature*, **400**, 720 (1999)



“This scheme, like all other schemes for quantum computation, relies on speculative technology, does not in its current form take into account all possible sources of noise, unreliability and manufacturing error, and probably will not work”

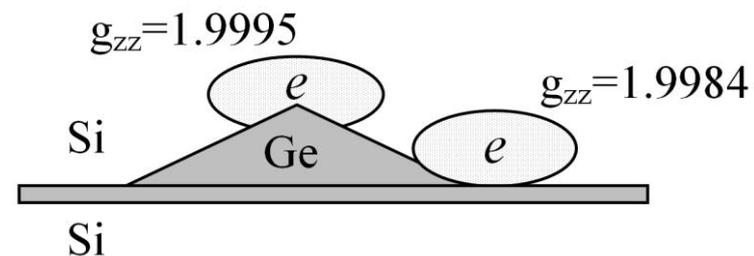
# Выводы

Предложен метод выполнения 1- и 2-кубитовых логических операций в системе двух электронов с постоянным обменным взаимодействием с помощью переменного магнитного поля.



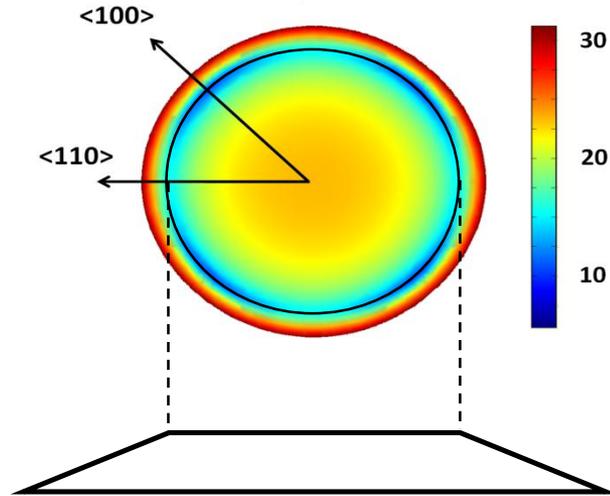
В результате вычислительных экспериментов продемонстрирована принципиальная возможность реализации данного метода.

Обнаружено, что параметры системы двух электронов, локализованных в квантовой точке Ge/Si, близки к оптимальным для реализации предложенного метода.



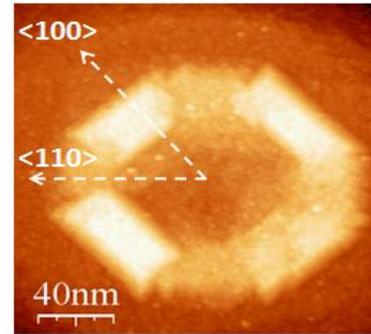


### FEM calculation

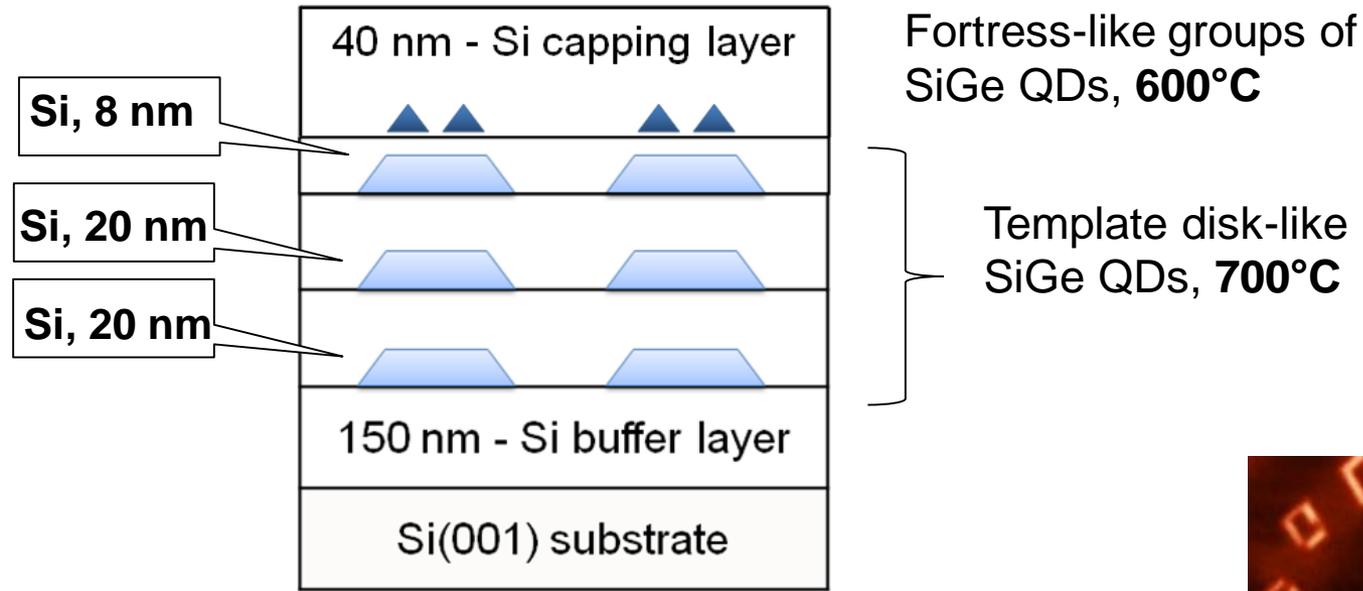


Estrain, meV/atom

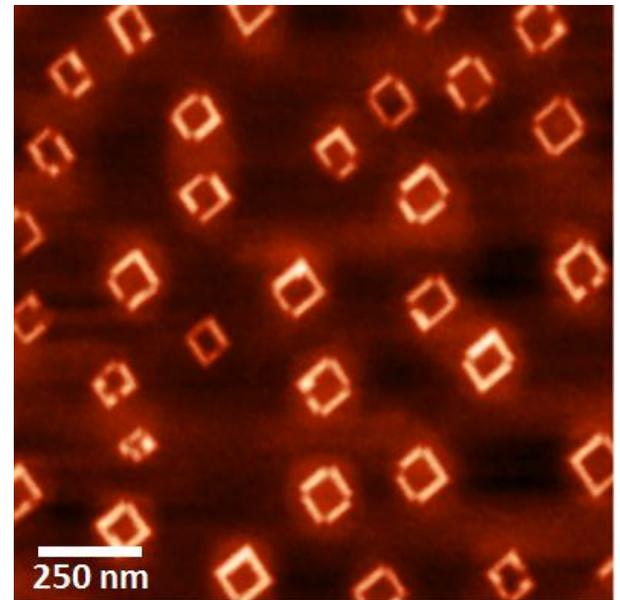
### STM



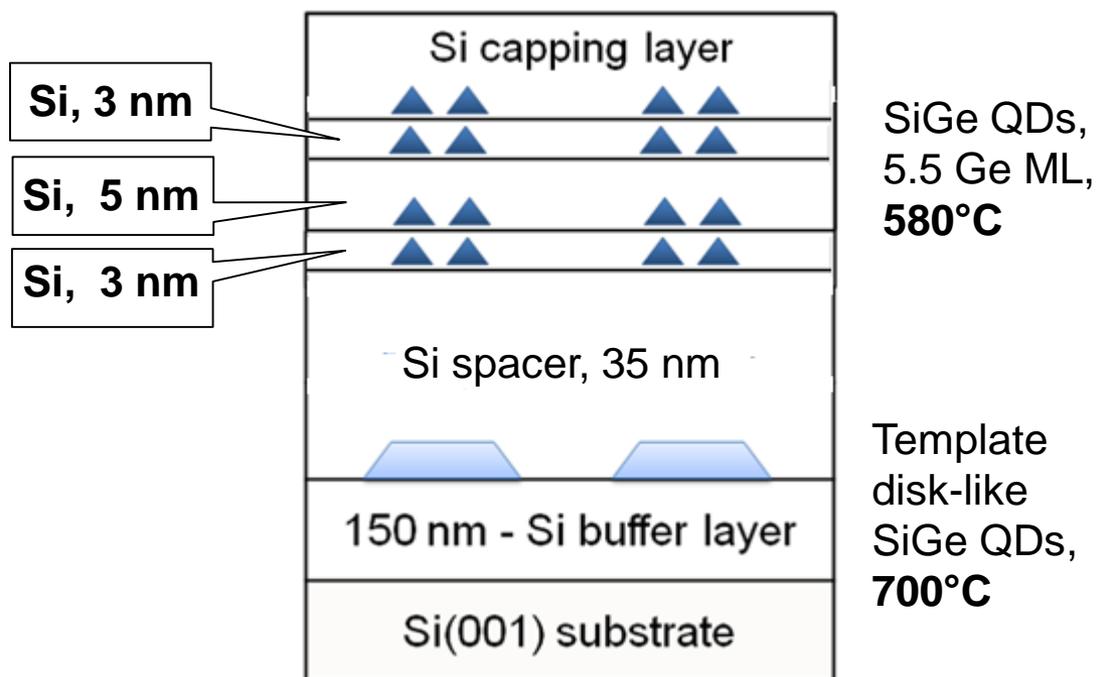
3.5 MLs of Ge,  
 $T_s=600^\circ\text{C}$



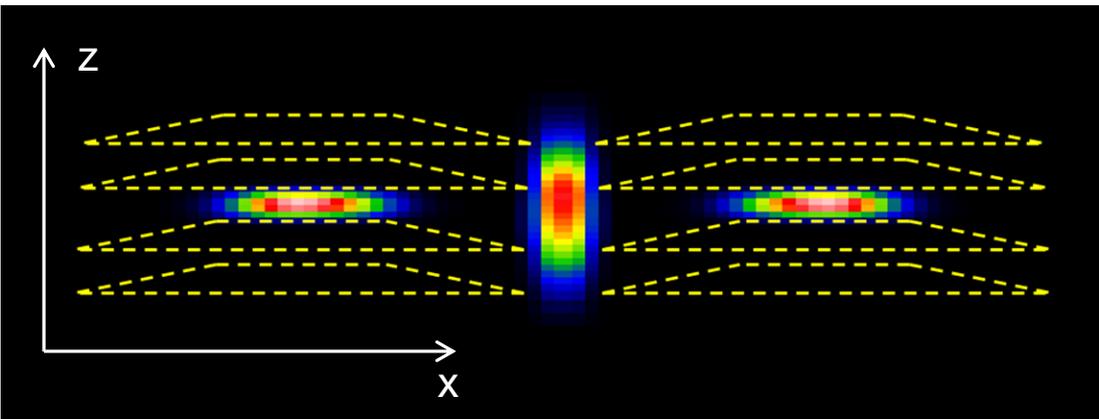
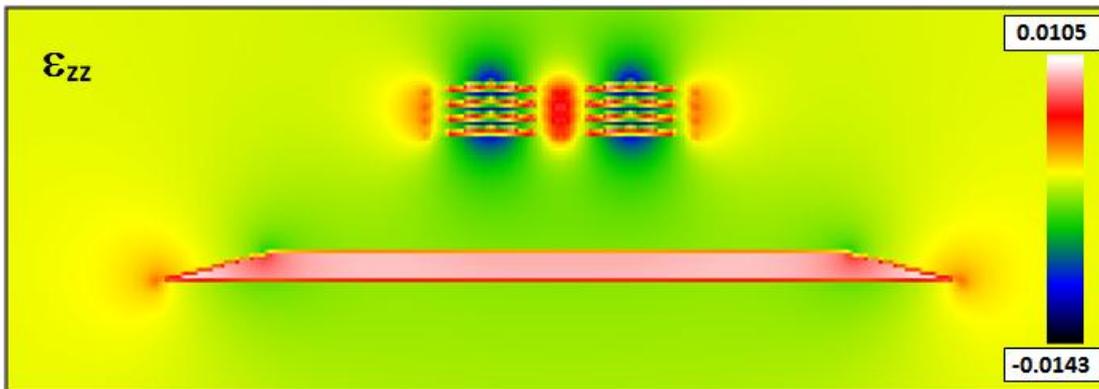
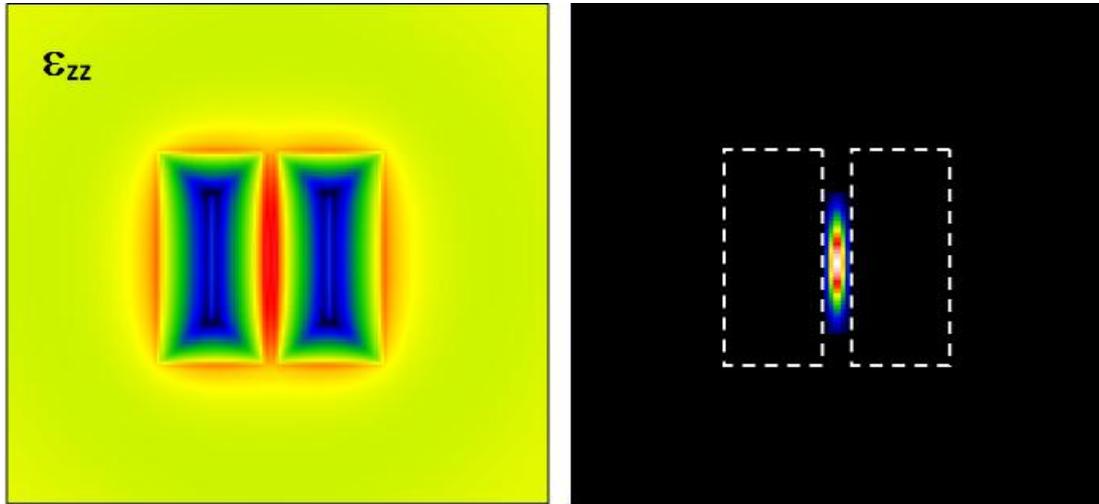
for details, see [APL 110, 102101 (2017)]



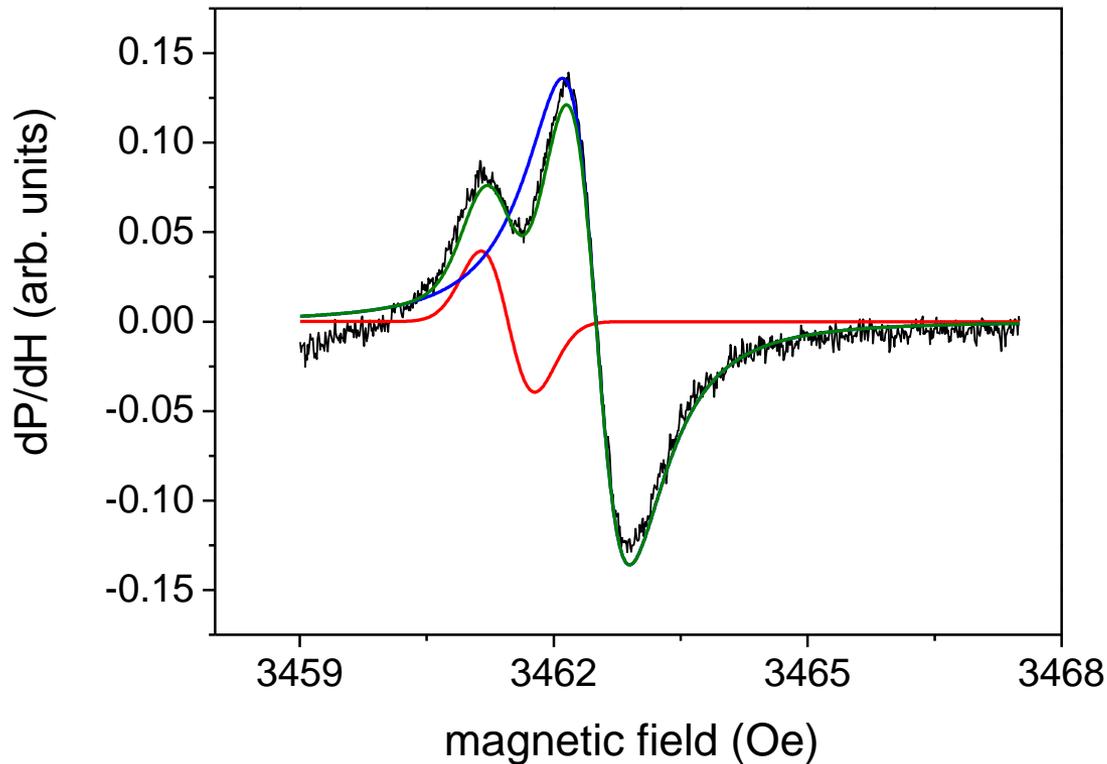
**QD groups grown on the distance 35 nm from surface of nanodisk** contain mostly two or three *hut*-clusters having  $L_x \approx 30\text{--}35\text{ nm}$   $L_y \approx 60\text{--}70\text{ nm}$ . Such parameters satisfy fully our demands and we grow QD group layer on the distance 35 nm from the template disk layer. To increase the binding energy of electrons, the growth of stacked QD structure with strain accumulation from different QD layers was used. AFM images of test structure grown at the same growth conditions are shown in the third column.



Structure	Binding energy	
	$\Delta_{xy}$	$\Delta_z$
Fourfold QD structure <b>without</b> ND	63 meV	45 meV
Fourfold QD structure <b>with</b> ND	53 meV	55 meV



For realization of the **simultaneous electron localization at the base edge and at the apex of QD** it needs to reach the balance in positions of electron energy levels in  $\Delta_{xy}$  and  $\Delta_z$  valleys. It can be obtained in fourfold stacked structure with varied spacer thickness: the central spacer has  $d=5$  nm, the lower and upper spacers have  $d=3$  nm.

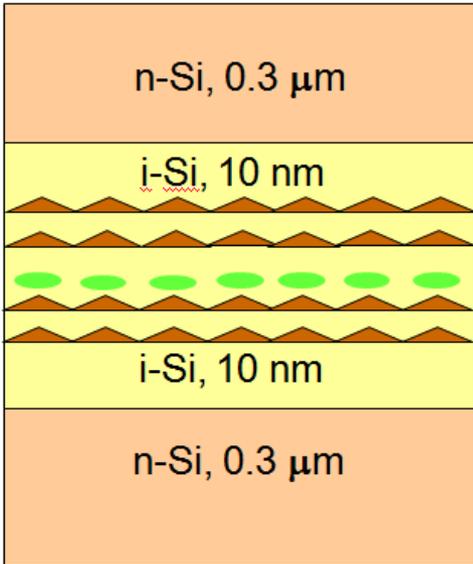


Simultaneous electron localization in different  $\Delta$ -valleys was proved using ESR method. ESR measurements were performed with a Bruker Elexsys 580 X-band EPR spectrometer using a dielectric cavity Bruker ER-4118 X-MD-5.

Two ESR signals are observed simultaneously in the dark with  $g$ -factors  $g_1=1.9995$  and  $g_2=1.99886$ . The ESR line widths are  $\Delta H_1=0.3$  Oe and  $\Delta H_2=0.6$  Oe respectively. The absolute accuracy of the  $g$  value determination was  $\pm 0.0001$ .

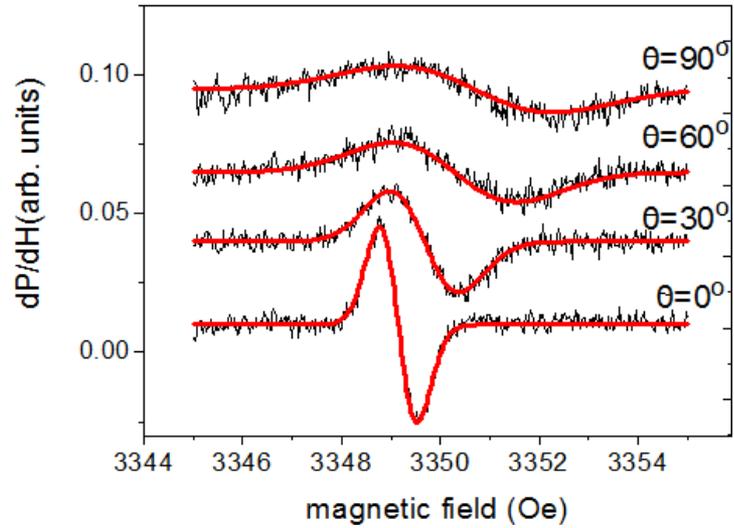
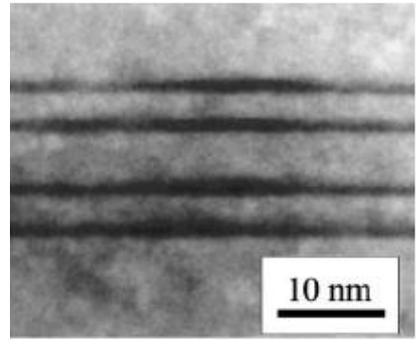
# Локализация вблизи вершины Ge/Si КТ

614 (T=500° C)

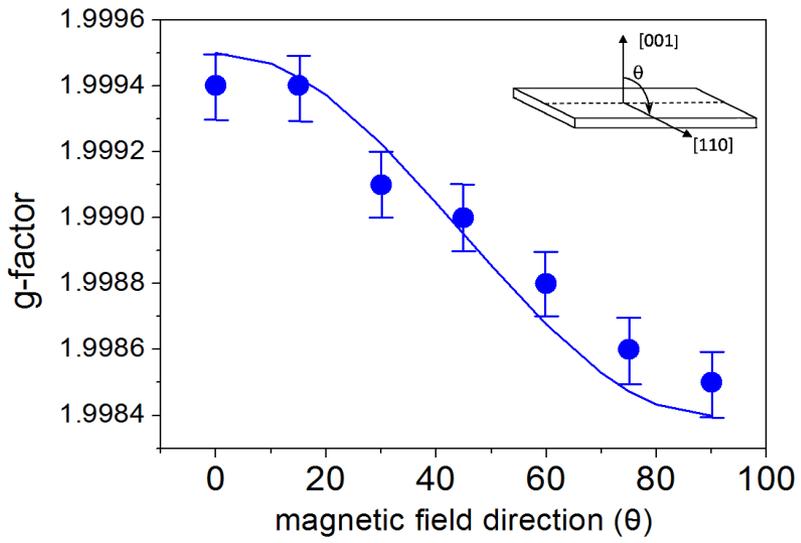


i-Si, 3 nm  
i-Si, 5 nm  
i-Si, 3 nm

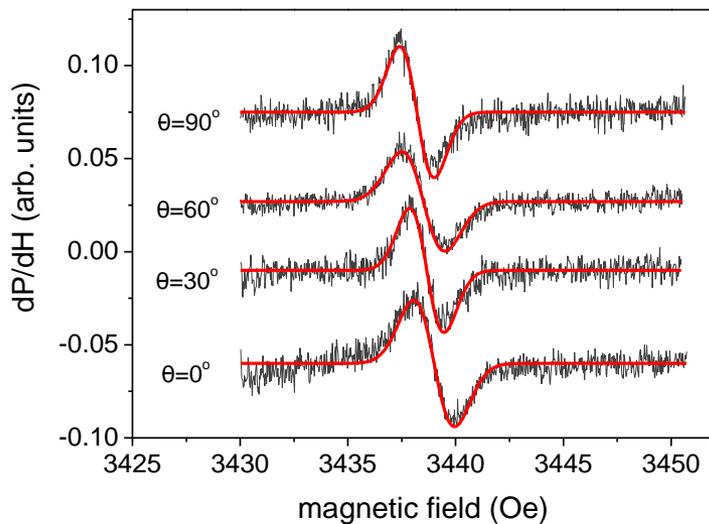
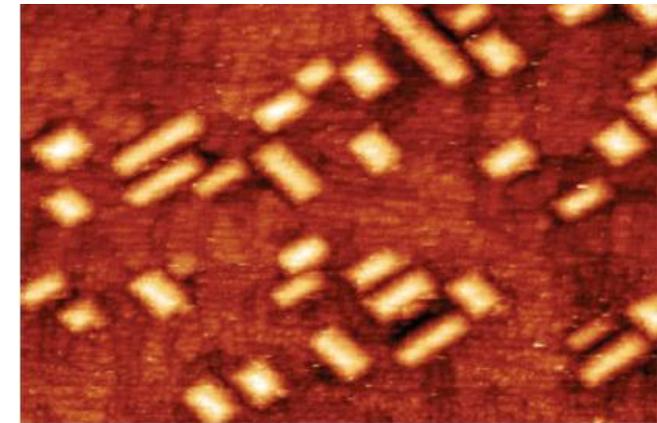
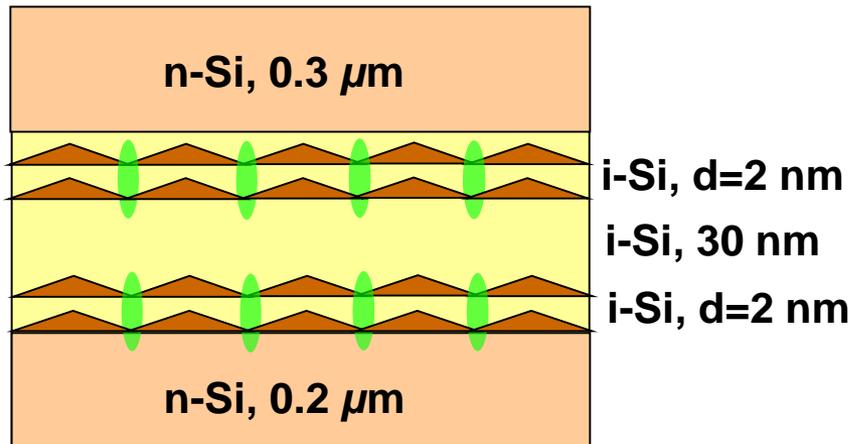
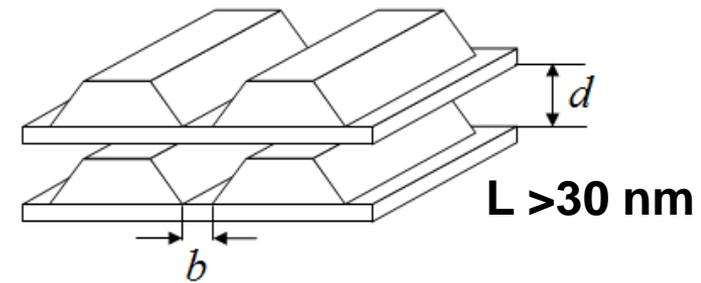
quantum dot  
 electron



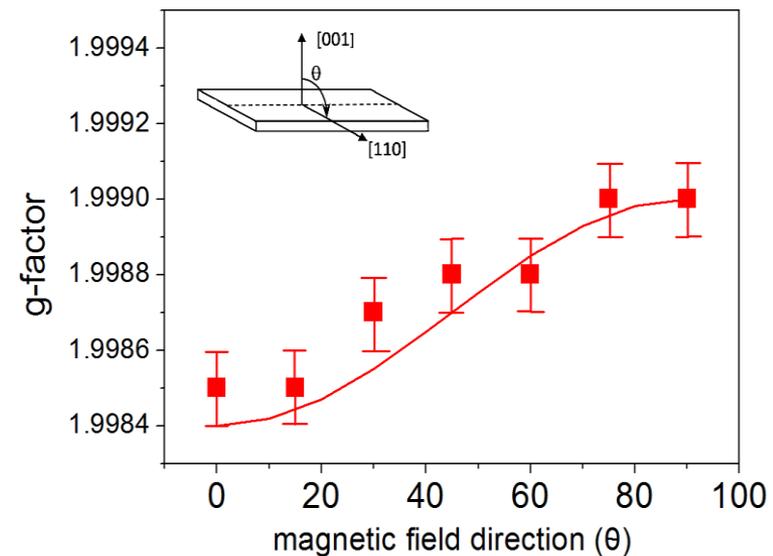
T=4.5 K  
P=0.063mW  
 $\nu=9.38\text{GHz}$



# Локализация вблизи ребра основания Ge/Si КТ

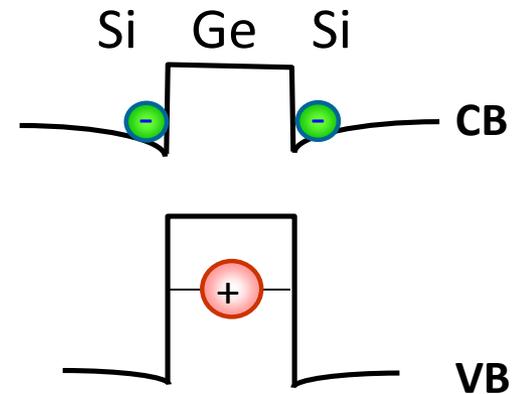
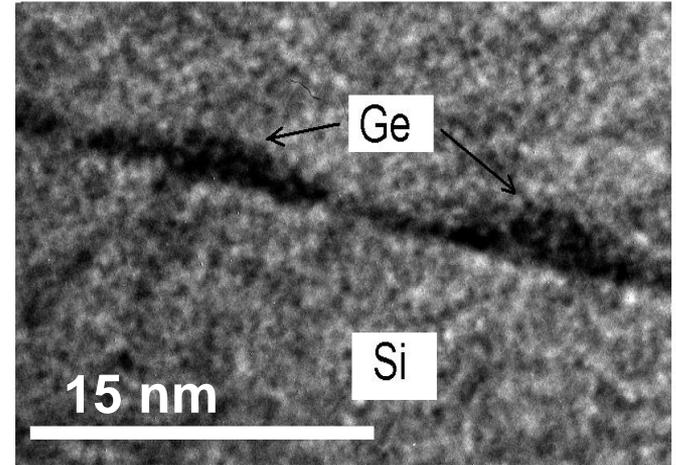
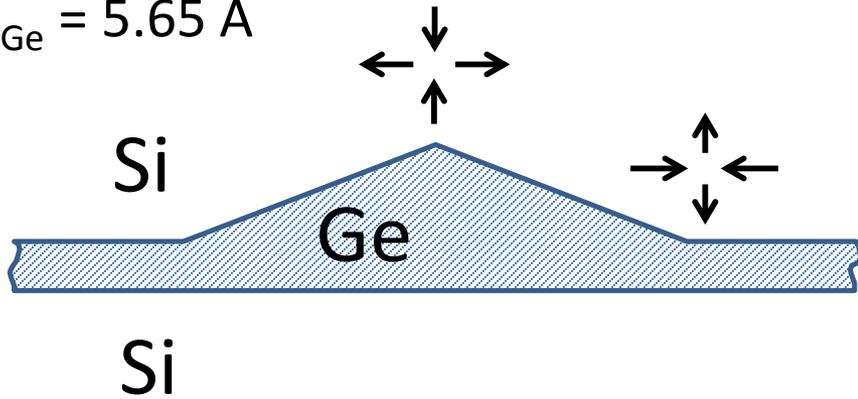


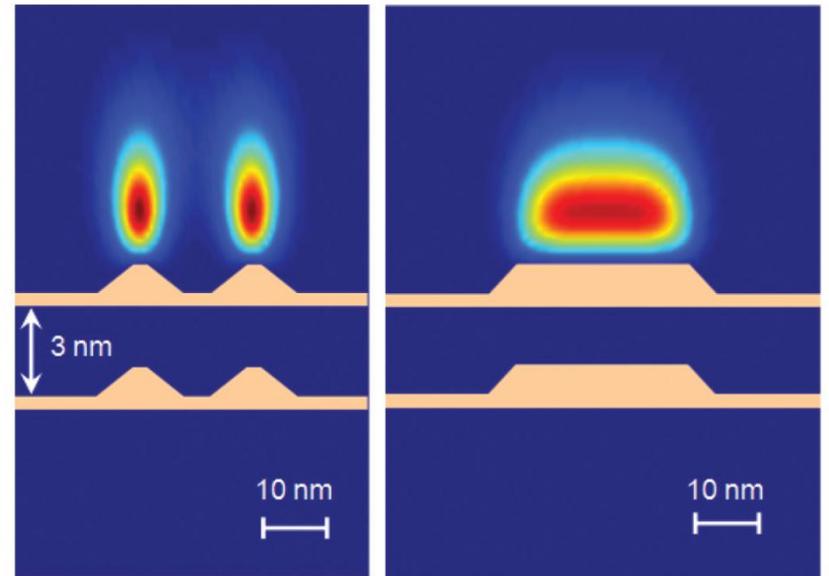
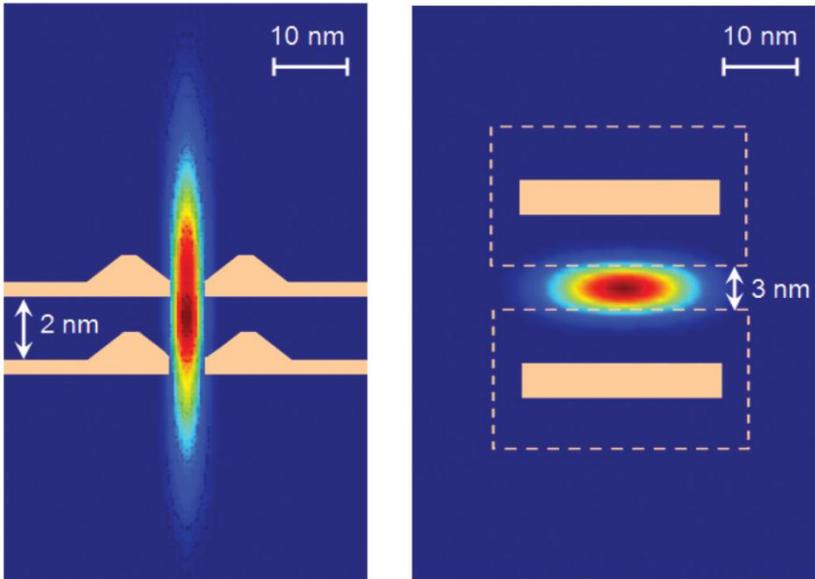
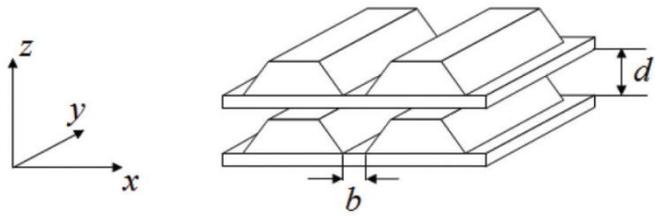
$T=4.5$  K  
 $P=0.063$  mW  
 $\nu=9.62$  GHz



# Self-assembled Ge quantum dots in Si matrix

$A_{\text{Si}} = 5.43 \text{ \AA}$ ,  
 $A_{\text{Ge}} = 5.65 \text{ \AA}$





A. F. Zinovieva et al.,  
 Phys. Rev. B **88**, 235308 (2013)

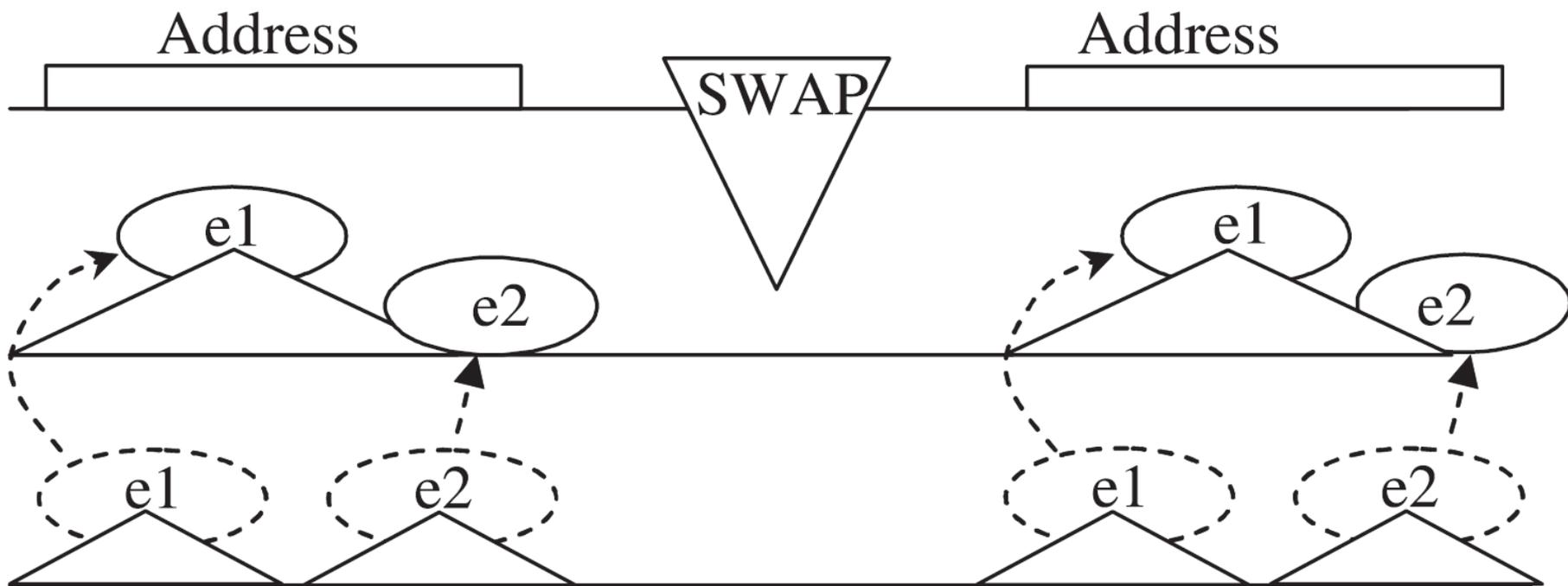


FIG. 1. Arrangement of quantum dots in the active (upper) layer and the storage (lower) layer, designed to perform quantum logic operations based on the control of the exchange interaction using single-spin rotations.

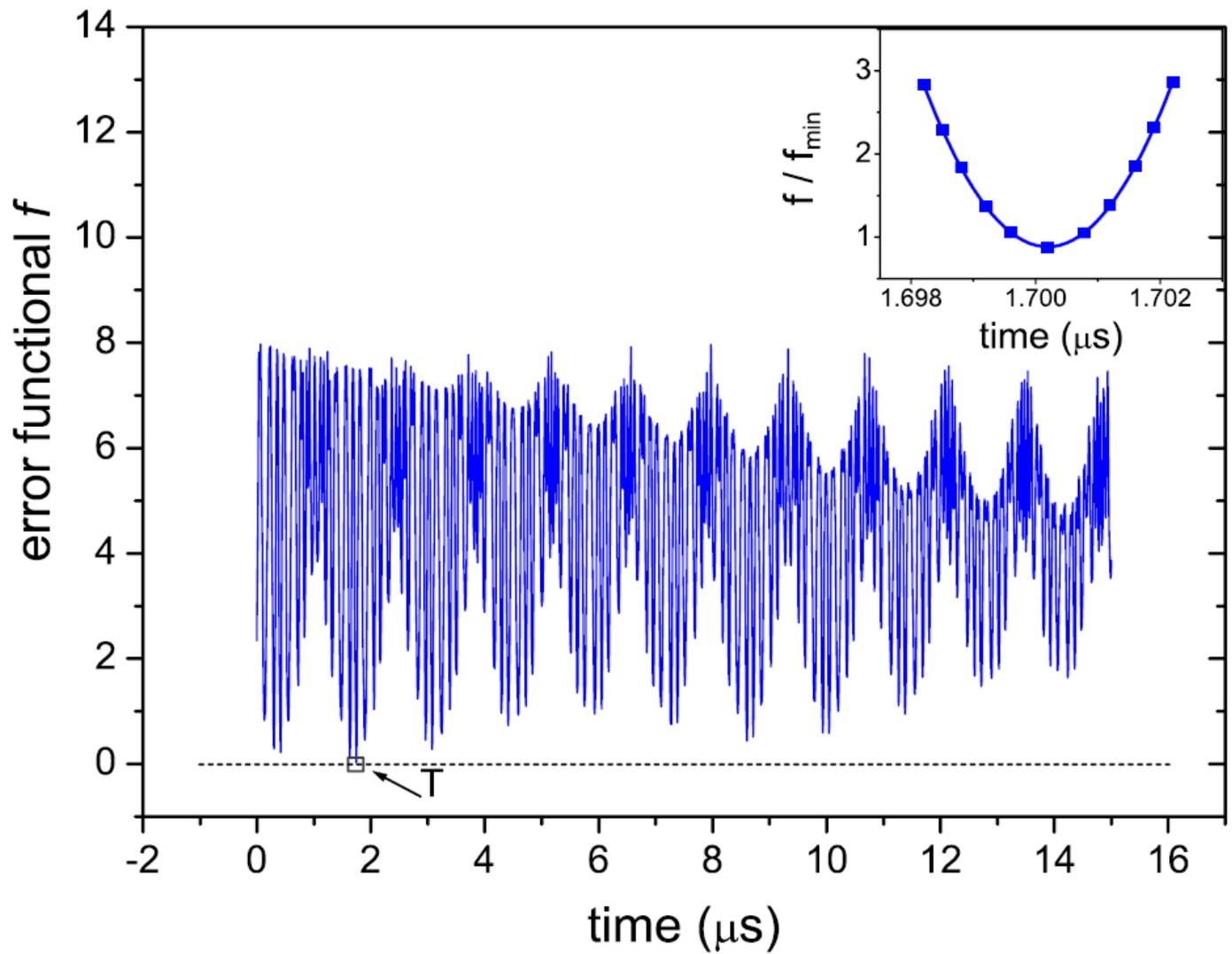


FIG. 3. Time dependence of the error functional  $f(t)$ , Eq. (5), for the operation “ $\pi/2$ -rotation around  $Z$ .” The error functional has a minimum at time indicated by  $T$ . The inset shows the tolerance range for time  $T$ . One can see that the end of the logic gate can be controlled with accuracy  $\pm 2 \text{ ns}$ , at which the increase in error  $f$  does not exceed threshold  $3f_{\min}$ .

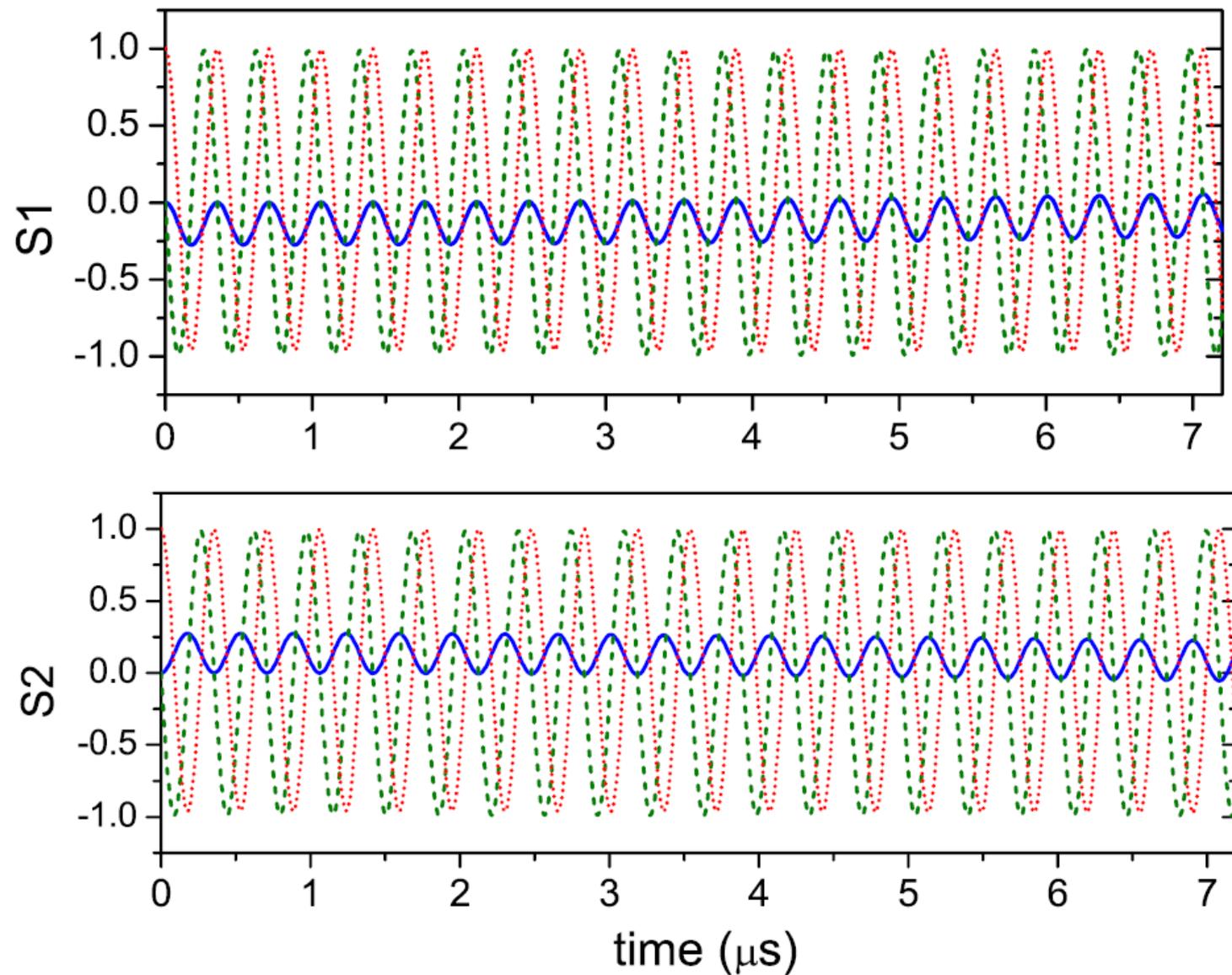
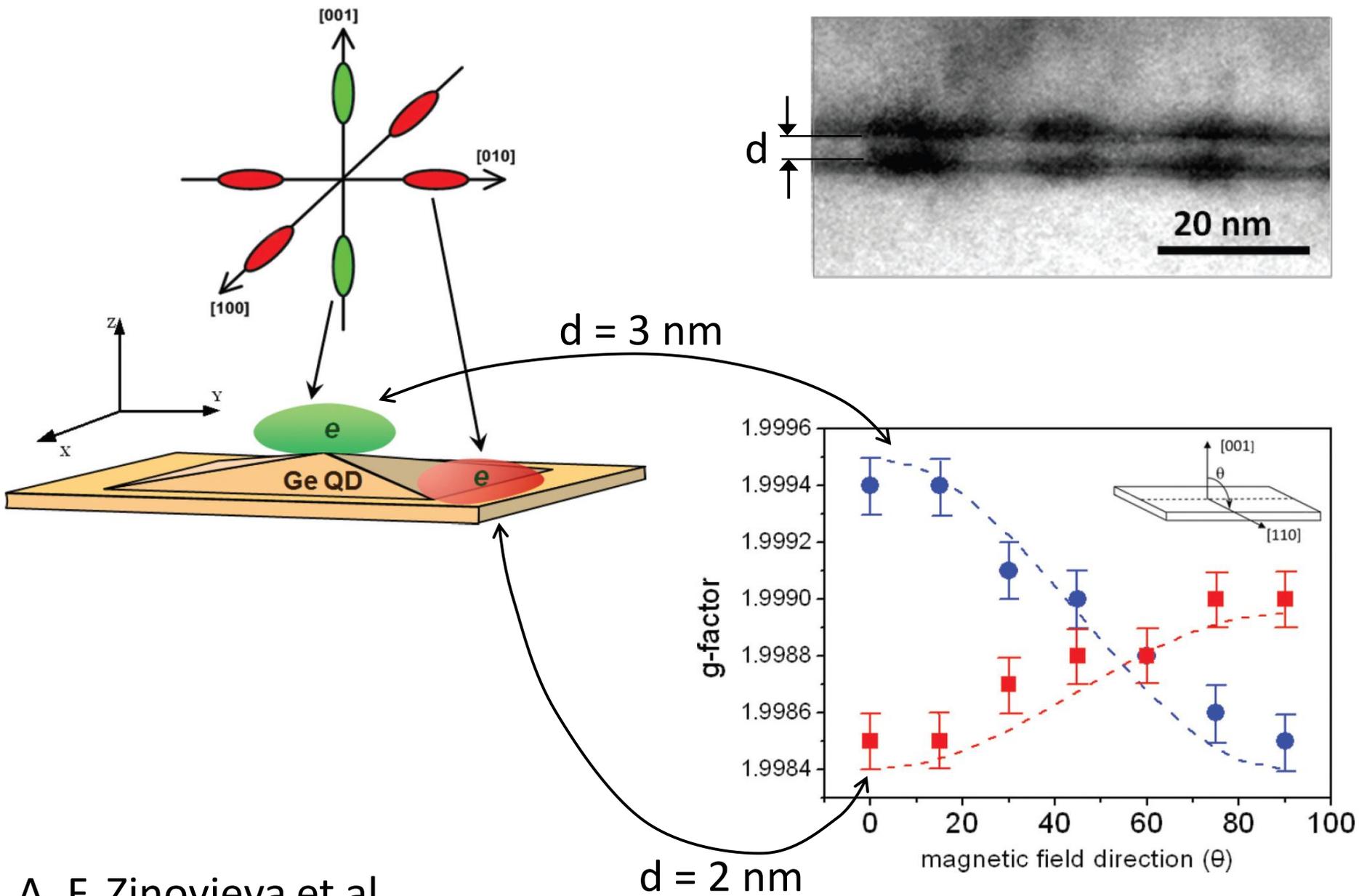


FIG. 5. Free evolution of spin components ( $\delta B = 0$ ) of the first (top panel) and second (bottom panel) electron. The system does not return to its initial state.

TABLE I. Results of numerical experiments. The controlling magnetic field has the form  $\delta B(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + C$ . The value  $(1 - F)$  gives the averaged probability of the error, with  $F$  the gate fidelity.  $T$  is the gate duration. The results were obtained for the following parameters: mean g-factor value  $g_0 = 2$ , g-factor difference  $\delta g = 1.1 \cdot 10^{-3}$ , exchange interaction  $J = 10^{-10}$  eV, microwave frequency  $\Omega = 9 \cdot 10^9$  Hz, microwave field amplitude  $B_m = 1$  G.

Operation	$1 - F$	$\omega$ (MHz)	$A$ (G)	$\varphi$	$C$ (G)	$T(\mu s)$
Storage	$1.95 \cdot 10^{-5}$	14.80	1.24	0.08	2.417	7.212
$\sqrt{SWAP}$	$9.44 \cdot 10^{-4}$	6.79	0.99	3.14	-0.009	11.104
$SWAP$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	6.79	0.87	0.00	-0.005	22.209
$\pi/2$ -rotation around $Z$	$4.00 \cdot 10^{-3}$	14.39	0.81	0.85	2.319	1.700
$\pi/2$ -rotation around $X$	$3.64 \cdot 10^{-3}$	17.43	1.96	6.27	-2.710	9.375
$\pi/2$ -rotation around $Y$	$4.53 \cdot 10^{-3}$	14.40	1.24	1.82	1.323	1.309
$\pi/4$ -rotation around $X$	$1.40 \cdot 10^{-3}$	9.741	0.07	3.05	0.253	0.664
$\pi/8$ -rotation around $X$	$5.55 \cdot 10^{-3}$	4.816	1.00	5.99	-0.029	1.424



A. F. Zinovieva et al.,  
 Phys. Rev. B **88**, 235308 (2013)