Научный семинар «Квантовые вычисления» 11 декабря 2019 г., ИФТТ РАН, г. Черноголовка

Высокоточное моделирование и контроль квантовых вычислительных систем.

Ю.И. Богданов, Б.И. Бантыш, А.Ю. Чернявский, К.Г. Катамадзе, Д.В. Фастовец, В.Ф. Лукичев

Физико- технологический институт имени К.А. Валиева РАН

11 декабря 2019

План доклада:

- Квантовый компьютер vs классического суперкомпьютера. Quantum supremacy
- Методология анализа полноты, адекватности и точности реализации квантовых вентилей
- Принцип дополнительности Нильса Бора. Обеспечение точности контроля, близкой к фундаментальному физико-статистическому пределу.
- Гарантированная точность оценивания квантовых технологий на примере сверхпроводниковой платформы и оптических чипов
- Выводы

Сложность разложения большого целого числа на простые множители. Алгоритм Шора против криптосистемы с открытым ключом RSA

Метод решета числового поля (наилучший известный классический алгоритм)

$$L_{clas} \approx \exp\left((64/9)^{1/3} n^{1/3} (\ln(n))^{2/3}\right) \qquad \begin{array}{l} n & \text{число двоичных знаков} \\ k & \text{число десятичных знаков} \\ n = k \ln(10) \\ L_{quant} \approx n^2 \ln(n) \ln(\ln(n)) & \text{Алгоритм Шора (1994)} \end{array}$$

Классический компьютер эксафлопсного диапазона (10 ¹⁸ оп/сек) против					
квантового компьютера мегагерцового диапазона (1 млн. оп/сек)					
Число десятичных знаков	k=250	k=500	k=1000		
k					
Трудоемкость	200 часов	5 миллионов лет	$4 \cdot 10^{17}$ лет		
классического алгоритма					
(лет)					
Трудоёмкость квантового	4 сек	18 сек	84 сек		
алгоритма (сек)					

Если бы Вселенная была компьютером

$N = 10^{78}$ Число нуклонов во Вселенной

- 3·10²³ Гц, «тактовая» частота, определяемая временем пролёта света через протон
- $2 \cdot 10^{119}$

Полное число операций за время существования Вселенной – ресурс, достаточный для разложения числа с 12 тысячами знаков по классическому алгоритму, квантовый мегагерцовый компьютер решает задачу за 5 часов



Вселенная как суперкомпьютер

10¹²⁰ Оценка информационного ресурса Вселенной, полученная проф. Ллойдом из МІТ из других соображений

Seth Lloyd Computational Capacity of the Universe// Phys. Rev. Lett. 2002, V.88, 237901

Разгадке жизни равносилен. Через 100 лет изобретение квантовых компьютеров будут сравнивать с открытием огня

Два основных события в истории человечества



Открытие огня: 1,5 миллиона лет назад



Создание квантового компьютера: 2030-2050 гг

Квантовые информационные технологии приведут к радикальному изменению экономической и социальной среды человечества.

Google Sycamore квантовый процессор vs IBM суперкомпьютера Summit (Ок-Риджская национальная лаборатория США). Quantum supremacy





Fig. 1| The Sycamore processor. a, Layout of processor, showing a rectangular array of 54 qubits (grey), each connected to its four nearest neighbours with couplers (blue). The inoperable qubit is outlined. b, Photograph of the Sycamore chip.



Google: достигнуто «квантовое превосходство», т.к. за 200 сек решена задача, для которой современному суперкомпьютеру потребовалось бы приблизительно 10 тыс лет. IBM: суперкомпьютер может решить указанную

задачу за 2,5 дня или ещё быстрее.

Методология анализа полноты, адекватности и точности реализации квантовых вентилей

Направлена на борьбу с декогерентизацией квантовых состояний и операций. Разработана ФТИАН им. К.А. Валиева РАН



Точность различных протоколов квантовых измерений для различных квантовых состояний

Влияние декогерентизации на точность восстановления квантовых состояний









Вверху - идеальный случай, внизу — влияние фазовой релаксации $t = 0, 5 \cdot T_2^{pure}$

Томография поляризационных состояний света



Распределение потерь точности по 1000 экспериментам

1 - F

$$\Lambda_{j}(\alpha,\beta) = \sum_{k} U_{k}^{\dagger}(\alpha,\beta) |j\rangle \langle j| U_{k}(\alpha,\beta) P(\lambda_{k}) \Delta \lambda \qquad j = 0,1$$



Функция потерь для чистых состояний

Разработка адекватных моделей квантовых измерений в условиях декогерентизации и ШУМОВ

В работах [1,2] сотрудники ФТИАН им. К.А. Валиева РАН представили универсальный алгоритм экстрагирования недостающей информации из зашумленных измерений в задачах томографии квантовых процессов. Это позволило существенно снизить систематические ошибки томографии.



Результаты эксперимента. Томография на сверхпроводниковом процессоре IBM Q 5 Tenerife

	Адамар (Q0)		CNOT (Q1 \rightarrow Q0)		
	r	F, %	r	F, %	
Стандартный протокол	3	89.02	8	76.50	
Протокол нечетких измерений	2	98.13	5	94.66	

[1] Bantysh B.I., Fastovets D.V., Bogdanov Yu.I. High-fidelity quantum tomography with imperfect measurements // Proc. SPIE 110222N (2019).

n = 64

0.02

[2] D.V. Fastovets, Yu.I. Bogdanov, B.I. Bantysh, V.F. Lukichev Machine learning methods in quantum computing theory // Proc. SPIE 110222S (2019).

Анализ квантовых корреляций

- Анализ свойств и динамики квантовых корреляция в гейтах и схемах на всех уровнях:
 - Редуцированная энтропия фон Неймана
 - Негативность
 - Минимум энтропии измерений
 - Квантовый дискорд
 - •



Динамика негативности и дискорда гейта CNOT



Влияние амплитудной и фазовой релаксации на негативность гейта CNOT

Теоретический и численный анализ алгоритма Гровера

$$p_{noise}(j) = \lambda_1^{n+2nj} p_{ideal}$$
$$\lambda_1 = \frac{1}{2} (1 + \exp(-2e^2))$$



Ошибка аппроксимации зашумленного алгоритма Гровера для рангов 1 (сплошная линия) и 30 (пунктирная линия) соответственно для 12 кубит; *e* = 0.01 – уровень ошибки.

Динамика точности зашумленного алгоритма Гровера. Разные способы моделирования.



Теоретический и численный анализ QFT и алгоритма Шора



Opa
$$F_{QFT} = P_H^n \tilde{P}_R^{n(n-1)/8}$$

 $P_H = \lambda_1$ $\tilde{P}_R = \frac{\sqrt{P} + f\sqrt{1-P}}{(1+f^2)^4}$ $\lambda_1 = \frac{1}{2}(1 + \exp(-2e^2))$

Степень совпадения схемы квантового преобразования Фурье (*e* = 0.01), полученная методом Монте-Карло, прямой аппроксимацией единичного ранга и аппроксимацией единичного ранга с «приведением к главным осям».

Прогноз точности квантового преобразования Фурье от числа кубитов для разных уровней шума.



Принцип дополнительности Нильса Бора

Данные, получаемые при разных условиях опыта, не могут быть охвачены однойединственной картиной; эти данные должны скорее рассматриваться как дополнительные в том смысле, что только совокупность разных явлений может дать более полное представление о свойствах объекта. Н. Бор

Мы можем назвать современную квантовую механику теорией дополнительности (по аналогии с теорией относительности. В. Паули





Реконструкция состояния кота Шредингера





https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger%27s_cat Суперпозиция состояний живого и мёртвого кота Шредингера

> Уравнение Шредингера $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle$

Сравнение данных (вверху) с результатами статистического восстановления состояния кота Шредингера

Вероятность в квантовой физике

$$P = \left| \left\langle \varphi \right| \psi \right\rangle \right|^2$$

Точность контроля квантовых состояний



х Стандартный метод (справа) обеспечивает низкую точность восстановления квантового состояния (всего 92,4%). В то же время, корневая оценка (root estimator) обеспечивает, точность, которая измеряется шестью девятками (99,99994%)

Multiple photon subtraction



Yu. I. Bogdanov et al, Phys. Rev. A 96, 063803 (2017)

Quantum state reconstruction



САПР квантовых вычислений



Quantum tomography on IBM quantum processor

IBM Q 5 Tenerife [ibmqx4]					
	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4
Frequency (GHz)	5.24	5.31	5.35	5.41	5.19
T1 (µs)	43.30	53.90	40.80	32.30	50.40
<u>π</u> (³ Τ2 (μs)	11.30	46.20	51.60	12.50	16.10
Last Calibration: 2018-07-02 05:16:35 Gate error (10 ⁻³)	0.94	2.06	1.20	3.18	1.12
Readout error (10^{-2})	4.60	8.50	5.80	7.90	6.20
		CX1_0	CX2_0	CX3_2	CX4_2
MultiQubit gate error (10^{-2})		3.31	3.62	11.32	5.26
			CX2_1	CX3_4	
			3.95	8.41	

Web-interface for implementing arbitrary quantum circuit using the basic set of gates



One could also create and run schemes programmatically using IBM Python library Qiskit

IBMQ

Оценка ошибок приготовления и измерения



Результаты эксперимента Томография на сверхпроводниковом процессоре IBM Q 5 Tenerife

	Адамар (Q0)		CNOT (Q1 \rightarrow Q0)		
	r	F, %	r	F, %	
Стандартный протокол	3	89.02	8	76.50	
Протокол нечетких измерений	2	98.13	5	94.66	

Quantum tomography on IBM quantum processor: Completeness, Adequacy and Fidelity

Completeness of quantum protocol:

svd_B=[3 sqrt(3) sqrt(3) sqrt(3) sqrt(3) sqrt(3) sqrt(3) 1 1 1 1 1 1 1 1] Fidelity Rank(B)=16

Verification of adequacy using the chi-square test chi_2 = 18.002 number of degrees of freedom = 10 p-value = 5.5%

Completeness Adequacy

Fidelity with respect to ideal transform = 0.9329

Results of Reconstruction



$$F(|\psi_{ideal}\rangle,
ho_{true}) = \langle \psi_{ideal} |
ho_{true} | \psi_{ideal} \rangle$$

The completeness of the set of quantum measurement operators: Rank(B)=16

Z gate tomography: Fiducial Fidelity Distribution



Fidelity of the model with respect to the unknown exact operation > 0.9984 with confidence of 95%.

Scheme for characterizing a linear-optical network



S. Rahimi-Keshari et al. OPTICS EXPRESS 13452 Vol. 21, No. 11 3 June 2013

with the second of the second

M Tillmann et al J. Opt. 18 (2016) 114002 ²⁵

Protocols of quantum measurements Projective states at the input and output

The simplest protocol: measuring only transition probabilities

Set No 1: $|j\rangle$ - photon in the mode j j = 1, ..., N

Extended protocol of quantum measurements.

Set
$$\mathbb{N}_{2} 1$$
 + Set $\mathbb{N}_{2} 2$: $|j,k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\exp(-i\varphi/2) |j\rangle + \exp(i\varphi/2) |k\rangle \right)$
 $j = 1, \dots, N-1$ $k = j+1, \dots, N$ $0 \le \varphi < 2\pi$

Restricted intermediate protocol: at the input in the set N_2 only j=1; at the output only set N_2 1.

Adjusted fidelity. Network 4*4. Simplest incomplete protocol



Initial fidelity=0.199 Adjusted fidelity>0.9999

Verification of adequacy using the chi-square test chi_2 = 7.14, number of degrees of freedom = 6, p-value =31%

Noisy Quantum Network 4*4: restricted vs extended protocol



Unitary Quantum Network 8*8: restricted vs extended protocol



Гарантированное оценивание точности квантовых операций



Распределение потерь точности. Анализ данных МИСиС, сверхпроводниковый гейт ISWAP.

Вывод: уровень Fidelity между реконструированной и неизвестной точной химатрицами оказывается более 99%. n=12,96 млн- номинальный объем выборки, n_eff=2,44 млн- эффективный объем выборки

Сравнение идеального гейта ISWAP с реконструированной хи-матрицей показывает степень их соответствия около 86%.

Сравнение зашумлённого гейта ISWAP с учетом амплитудной и фазовой релаксации с реконструированным квантовым процессом показывает их согласие на уровне 94%.

Выводы

- Существенный прогресс в области экспериментальных и технологических исследований вселяет реальную надежду на создание в среднесрочной перспективе квантовых вычислительных устройств, способных решать практически важные задачи.
- Критически важное значение имеет моделирования квантовых схем с учетом декогерентизации и шумов. Актуальной задачей является реализация соответствующей программной суперкомпьютерной библиотеки
- Интерфейс между моделированием и технологическим воплощением систем квантовой обработки информации должен осуществляться посредством таких квантовых измерений, которые обеспечивают адекватный и полный контроль квантовых состояний и процессов с точностью, ограниченной только законами квантовой физики.

