

Логические элементы для квантовых вычислений на основе кубитов в системе квантовых точек

А. В. Ненашев, А. В. Двуреченский, А. Ф. Зиновьева

Институт физики полупроводников СО РАН (Новосибирск)

А. Ю. Горнов, Т. С. Зароднюк

Институт динамики систем и теории управления СО РАН (Иркутск)

Мотивация: квантовые вычисления в системе квантовых точек

Чтобы сделать квантовый компьютер,
необходимо обеспечить
(по крайней мере)

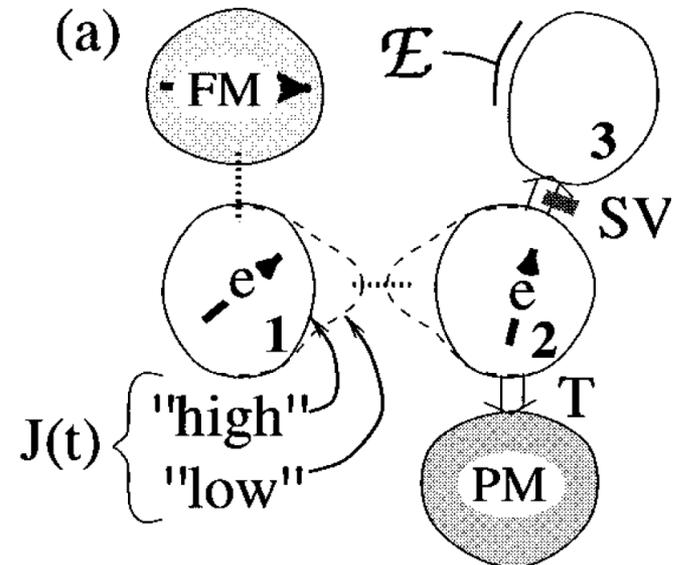
- однокубитовые операции,
- двухкубитовые операции,
- запись и чтение,
- достаточно малую вероятность ошибок,
- тысячи кубитов в одном устройстве с возможностью индивидуальной адресации к каждому,
- и т. п.

Мотивация: квантовые вычисления в системе квантовых точек

Чтобы сделать квантовый компьютер, необходимо обеспечить (по крайней мере)

- однокубитовые операции,
- двухкубитовые операции,
- запись и чтение,
- достаточно малую вероятность ошибок,
- тысячи кубитов в одном устройстве с возможностью индивидуальной адресации к каждому,
- и т. п.

D. Loss and D. P. DiVincenzo
"Quantum computation with quantum dots", Phys. Rev. A **57**, 120 (1998) — 3200 цитирований



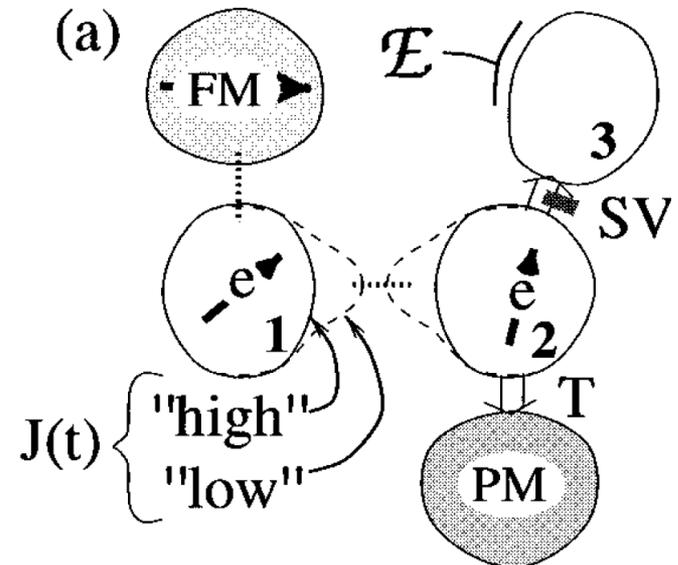
обменное взаимодействие управляется затвором \Rightarrow
индивидуальный затвор для каждой пары квантовых точек!!!

Мотивация: квантовые вычисления в системе квантовых точек

Чтобы сделать квантовый компьютер, необходимо обеспечить (по крайней мере)

- однокубитовые операции,
- двухкубитовые операции,
- запись и чтение,
- достаточно малую вероятность ошибок,
- тысячи кубитов в одном устройстве с возможностью индивидуальной адресации к каждому,
- и т. п.

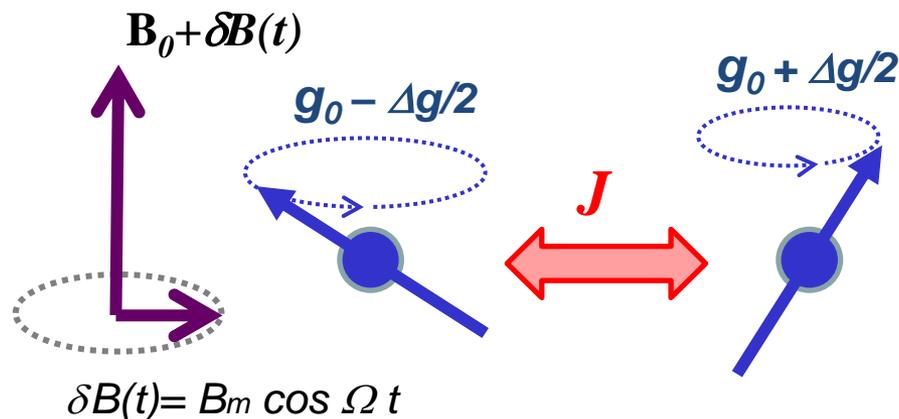
D. Loss and D. P. DiVincenzo
"Quantum computation with quantum dots", Phys. Rev. A **57**, 120 (1998) — 3200 цитирований



обменное взаимодействие управляется затвором \Rightarrow
индивидуальный затвор для каждой пары квантовых точек!!!

Метод выполнения квантовых логических операций в системе с постоянным обменным взаимодействием

- пара кубитов с обменным взаимодействием J , имеющих различие в g -факторах Δg находятся в магнитном поле B_0
- управление состоянием кубита с помощью малой добавки $\delta B(t)$ к магнитному полю B_0 , в результате $B=B_0+\delta B(t)$, где $\delta B(t)=B_m \cos \Omega t$
- помощью $\delta B(t)$ последовательно вводится в резонансные условия то один, то другой электрон, тем самым выполняя необходимые повороты спинов.
- различие в g -факторах используется для адресации кубитов



Непрерывное СВЧ

$$h\gamma = g_0 \mu_B B_0$$

$$g_0 = (g_1 + g_2)/2$$

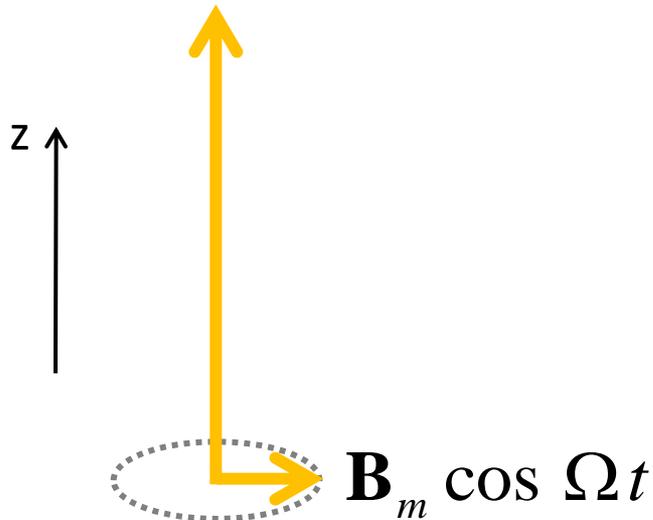
$\delta B(t)$ – маленькая добавка ~ 1 Гс,
изменяющаяся на частоте ~ 10 MHz.

Модель:

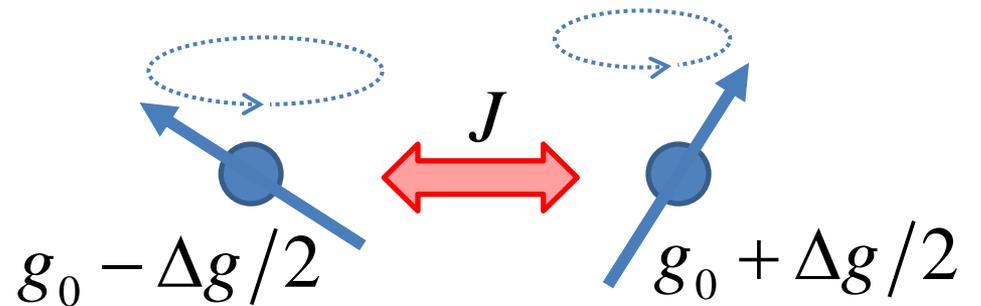
два спина + магнитное поле + СВЧ + обменное взаимодействие

$$\hbar \Omega = g_0 \mu_B B_0$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta \mathbf{B}(t)$$



ларморовская прецессия
 $\hbar \omega_L = g \mu_B B$



обменное взаимодействие

спиновая динамика =
= ларморовская прецессия
(управляемая с помощью δB)
+ осцилляции Раби
(вызываемые СВЧ-полем)
+ обменное
взаимодействие

Модель:

два спина + магнитное поле + СВЧ + обменное взаимодействие

$$\hbar\Omega = g_0 \mu_B B_0$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}(t)$$

z ↑

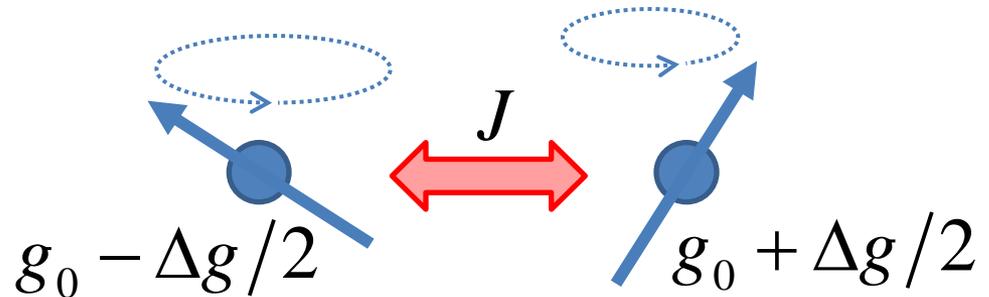

$$\mathbf{B}_m \cos \Omega t$$

магнитное поле \mathbf{B}_0 (вдоль Z)

+ СВЧ магн. поле $\mathbf{B}_m \cos \Omega t$ (в плоскости XY)

+ переменное магн. поле $\delta\mathbf{B}(t)$ (вдоль Z)

ларморовская прецессия $\hbar\omega_L = g\mu_B B$



обменное взаимодействие

Параметры:

$$B_0 \approx 1 \text{ T} \equiv 10^4 \text{ G}$$

$$g_0 \approx 2, \quad \Delta g \approx 10^{-3}$$

$$B_m \approx 1 \text{ G}, \quad \Omega \approx 10^{10} \text{ Hz}$$

$\delta B(t)$: амплитуда $\approx 1 \text{ G}$,
частота $\approx 10^6 \text{ Hz}$

$$J \approx 10^{-10} \text{ eV}$$

Логические операции на двух кубитах задаются матрицами 4×4.

Примеры:

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ тождественное} \\ \text{преобразование}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ контролируемое} \\ \text{НЕ}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ Поворот 2-го} \\ \text{кубита на } 180^\circ \\ \text{вокруг оси X} \\ \text{(операция НЕ)}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ SWAP}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \end{pmatrix} \text{ поворот 2-го} \\ \text{кубита на } 90^\circ \\ \text{вокруг оси Z}$$

$$\begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sqrt{\text{SWAP}}$$

Математическая постановка задачи

Цель: подобрать такую функцию $\delta B(t)$, чтобы реализовать заданную операцию U .

Будем искать $\delta B(t)$ в виде синусоиды: $A \cos(\omega t + \varphi) + C$.

A, ω, φ, C – подгоночные параметры

Математическая постановка задачи

Цель: подобрать такую функцию $\delta B(t)$, чтобы реализовать заданную операцию \mathbf{U} .

Будем искать $\delta B(t)$ в виде синусоиды: $\underbrace{A \cos(\omega t + \varphi) + C}$.

A, ω, φ, C – подгоночные параметры

Гамильтониан во вращающейся системе отсчёта:

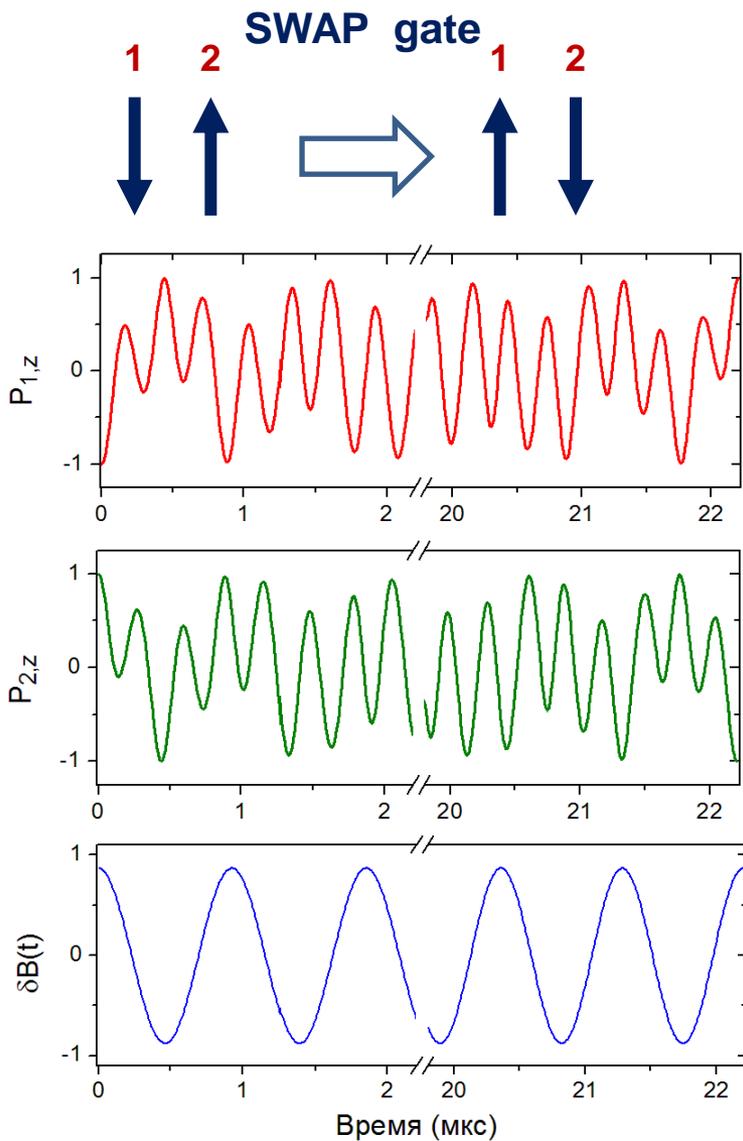
$$\hat{H}(t) = \begin{pmatrix} \frac{J}{4} + g_0 \mu_B \delta B(t) & \frac{g_0 - \delta g/2}{2} \mu_B B_m & \frac{g_0 + \delta g/2}{2} \mu_B B_m & 0 \\ \frac{g_0 - \delta g/2}{2} \mu_B B_m & -\frac{J}{4} + \delta g \left(\frac{\hbar \Omega}{2g_0} + \frac{\mu_B \delta B(t)}{2} \right) & \frac{J}{2} & \frac{g_0 + \delta g/2}{2} \mu_B B_m \\ \frac{g_0 + \delta g/2}{2} \mu_B B_m & \frac{J}{2} & -\frac{J}{4} - \delta g \left(\frac{\hbar \Omega}{2g_0} + \frac{\mu_B \delta B(t)}{2} \right) & \frac{g_0 - \delta g/2}{2} \mu_B B_m \\ 0 & \frac{g_0 + \delta g/2}{2} \mu_B B_m & \frac{g_0 - \delta g/2}{2} \mu_B B_m & \frac{J}{4} - g_0 \mu_B \delta B(t) \end{pmatrix} \begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix}$$

Оператор эволюции U_t (матрица 4×4) удовлетворяет уравнению $i\hbar \frac{dU_t}{dt} = \hat{H}(t) U_t$ и начальному условию $U_0 = \hat{1}$.

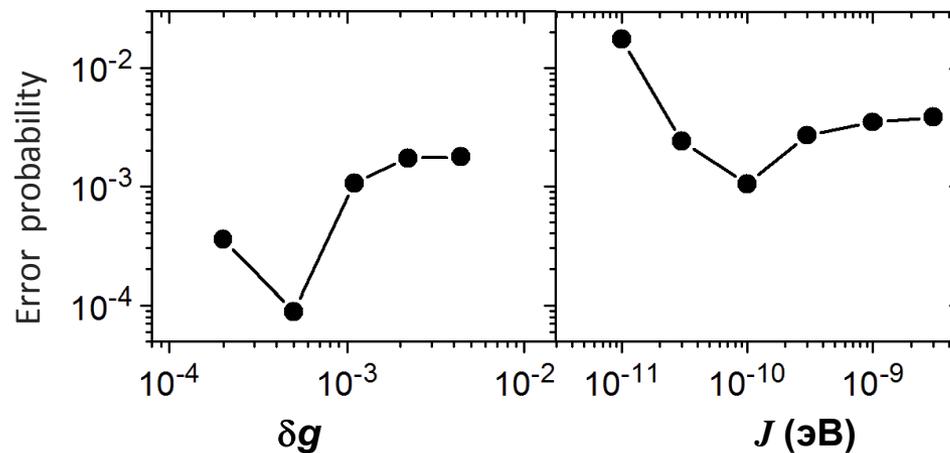
Задача: подобрать параметры A, ω, φ, C и момент времени T так, чтобы

$$U_T = \mathbf{U} \exp(i\alpha).$$

Пример: SWAP



Зависимость ошибки операции от рассогласования g -факторов δg и от величины J
Для операции SWAP.



Параметры Ge/Si системы с квантовыми точками ($\delta g \sim 10^{-3}$ и $J \sim 10^{-10}$ эВ) близки к оптимальным.

Институт динамики систем и теории управления,
СО РАН, Иркутск

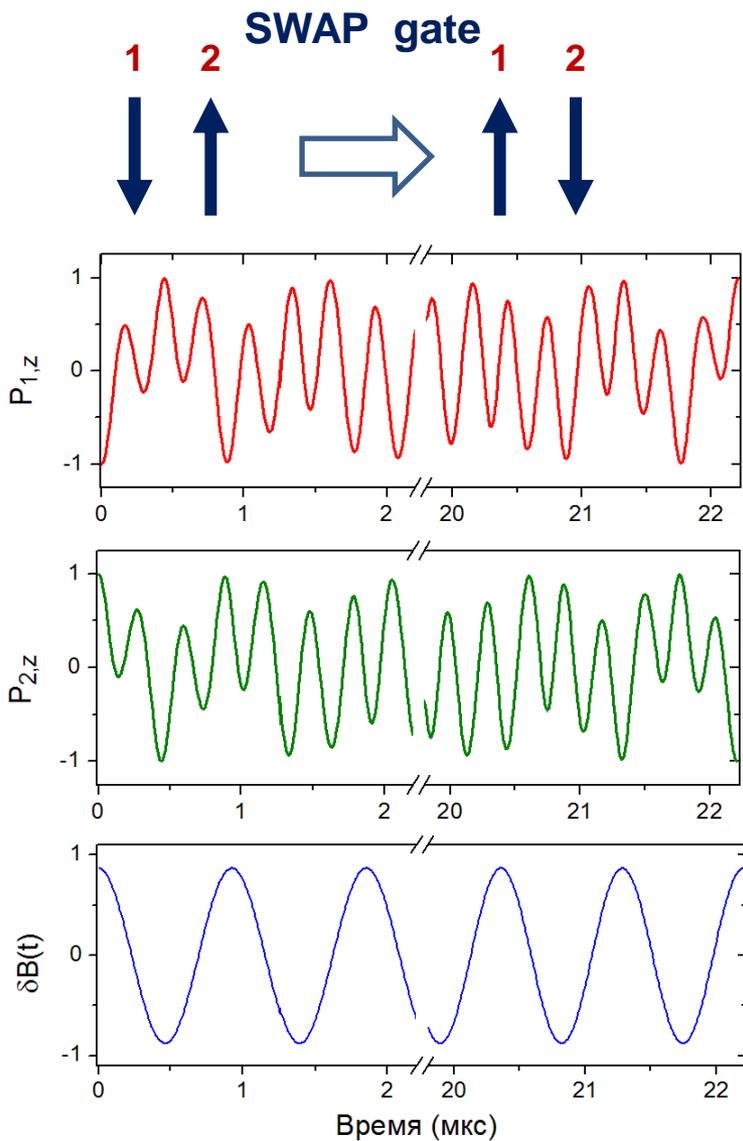


Татьяна Зароднюк

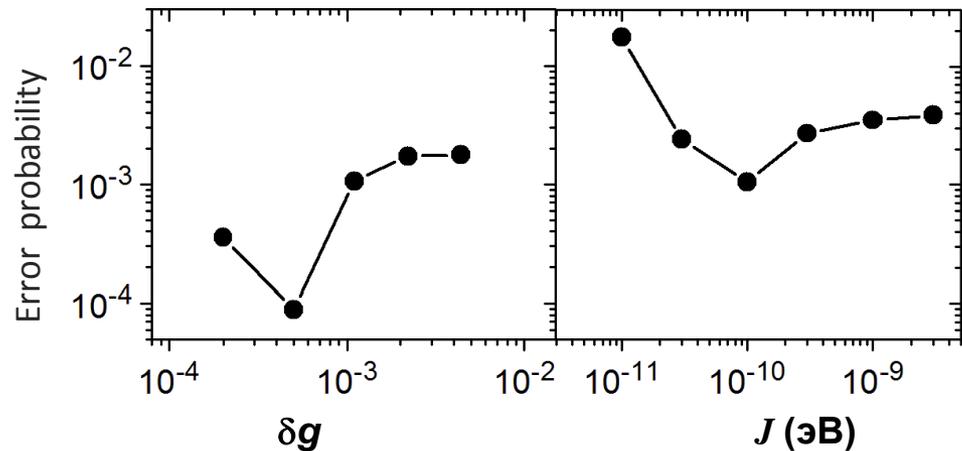


Александр Горнов

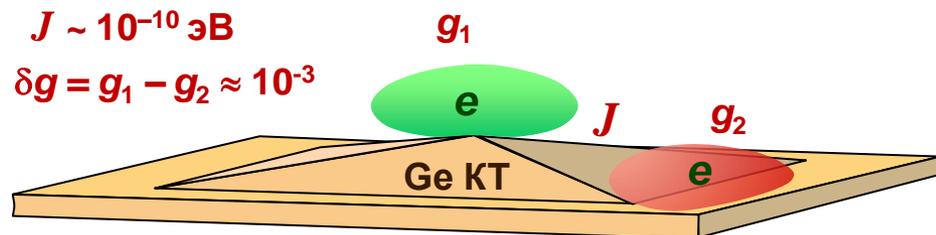
Пример: SWAP



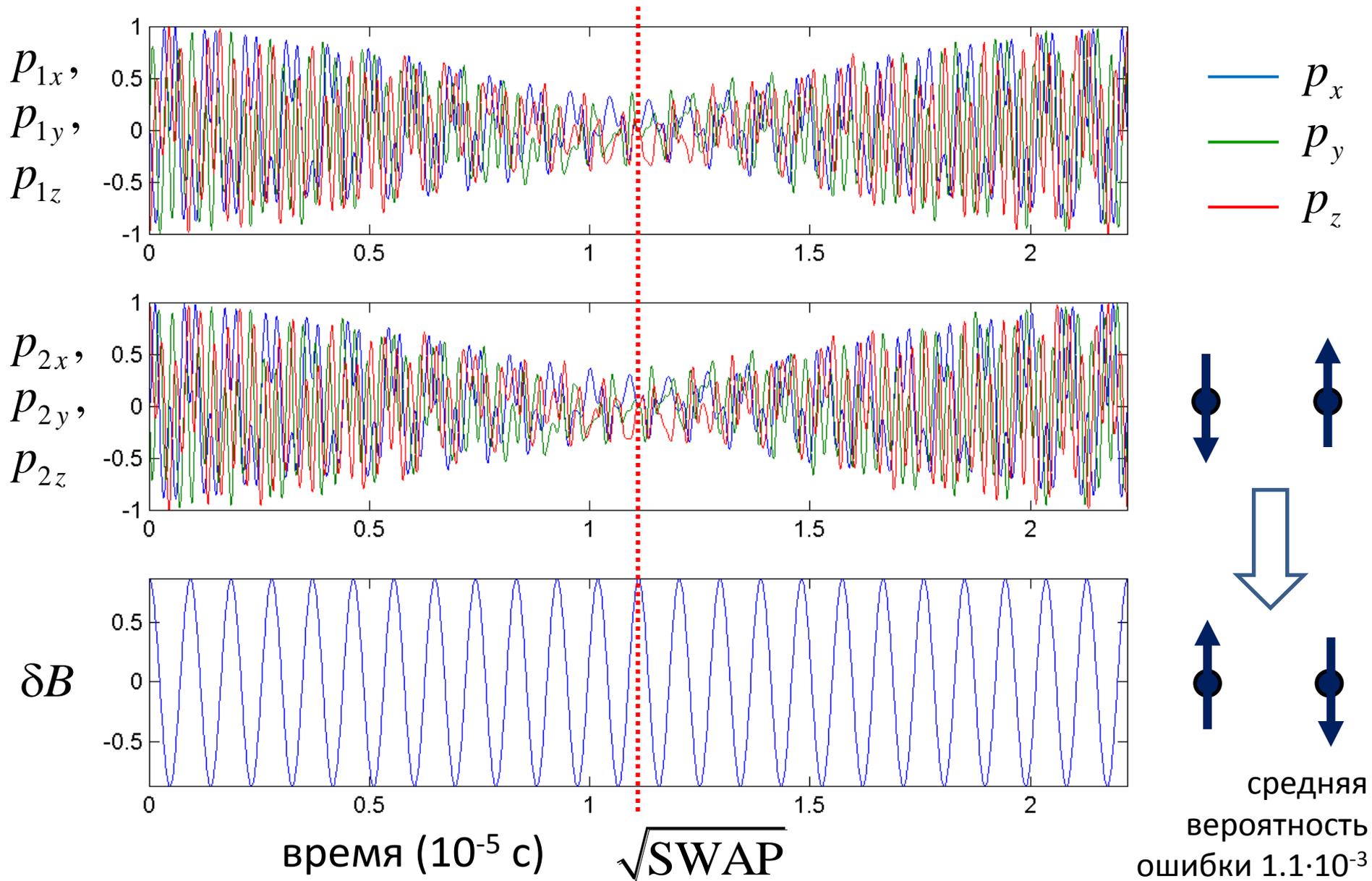
Зависимость ошибки операции от рассогласования g -факторов δg и от величины J
Для операции SWAP.



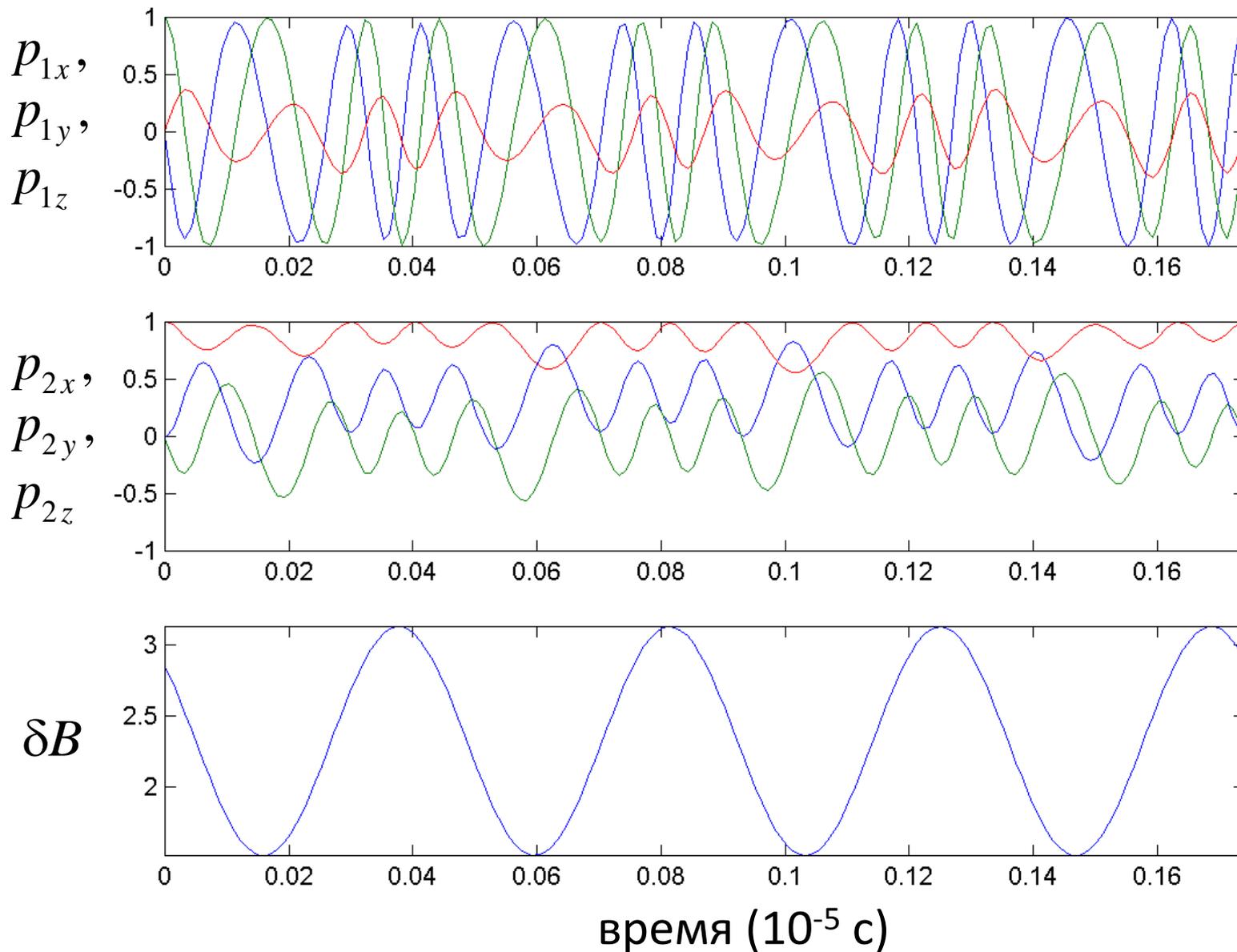
Параметры Ge/Si системы с квантовыми точками ($\delta g \sim 10^{-3}$ и $J \sim 10^{-10}$ эВ) близки к оптимальным.



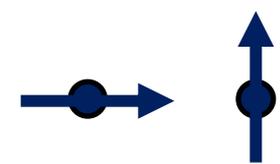
Пример: SWAP



Пример: поворот 1-го спина на 90°

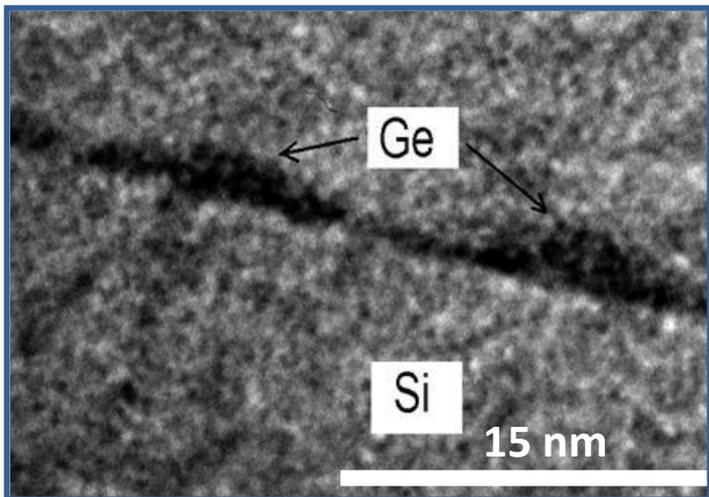


— p_x
— p_y
— p_z



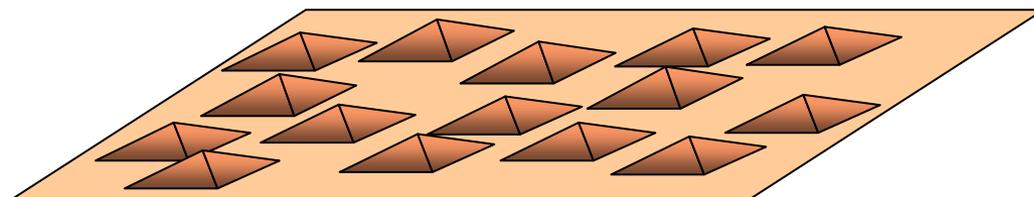
средняя
вероятность
ошибки $4.0 \cdot 10^{-3}$

Ge/Si квантовые точки



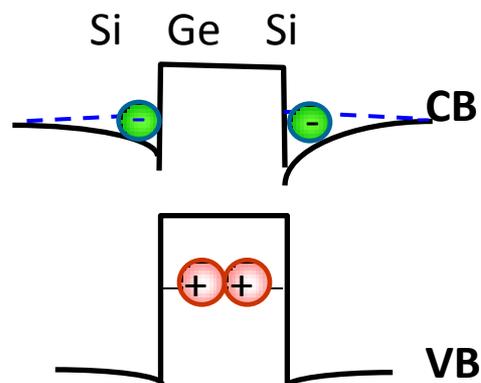
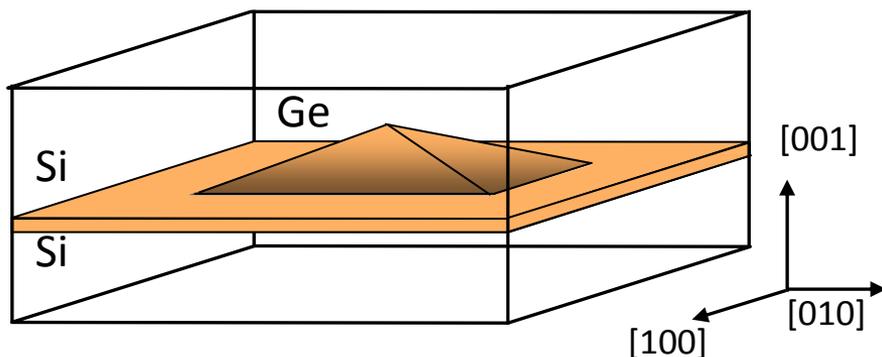
Поперечное сечение Ge/Si, 6 монослоев

Плотный двумерный массив квантовых точек

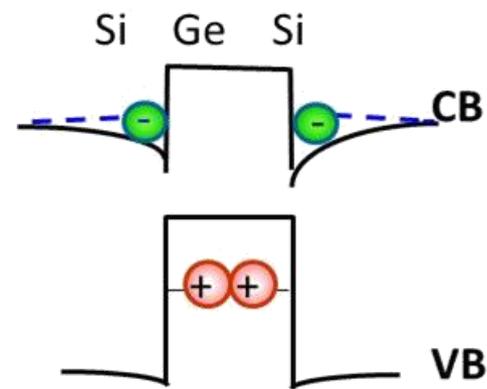
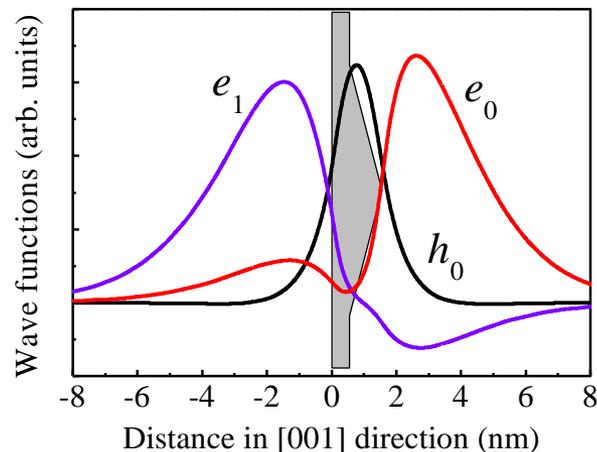
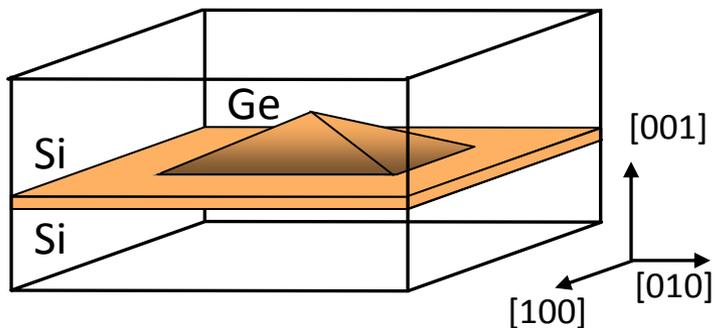


- ❖ Характерный размер Ge КТ: 1.5 нм – высота
15 нм – основание
- ❖ Разброс по размерам: ~10-20%,
- ❖ Плотность КТ : $\sim 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$

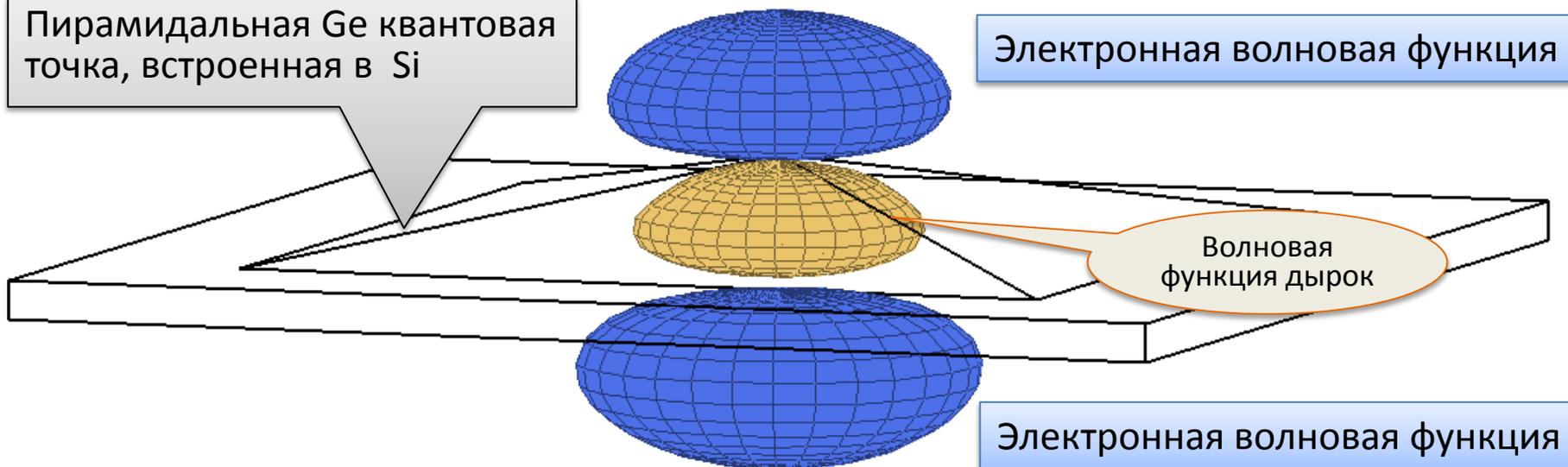
Модель геометрии квантовой точки Ge в Si:



Конфигурация волновых функций электронов и дырок в Ge/Si наногетероструктурах с квантовыми точками



Пирамидальная Ge квантовая точка, встроенная в Si



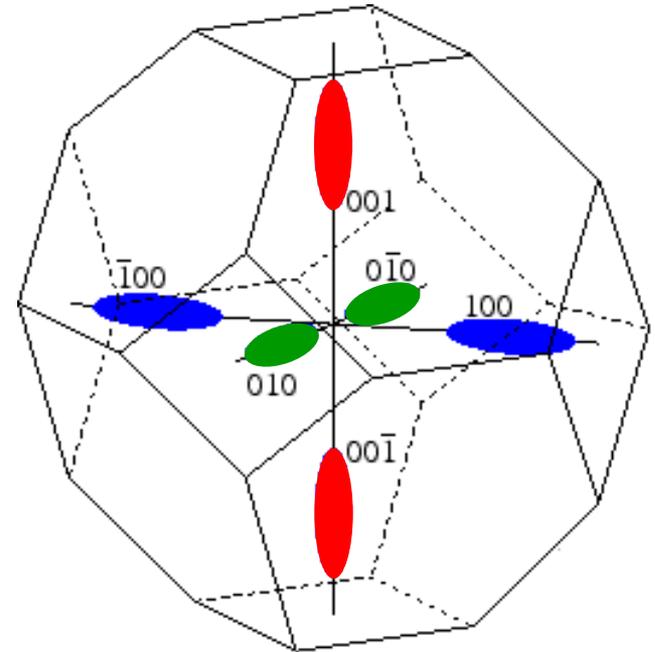
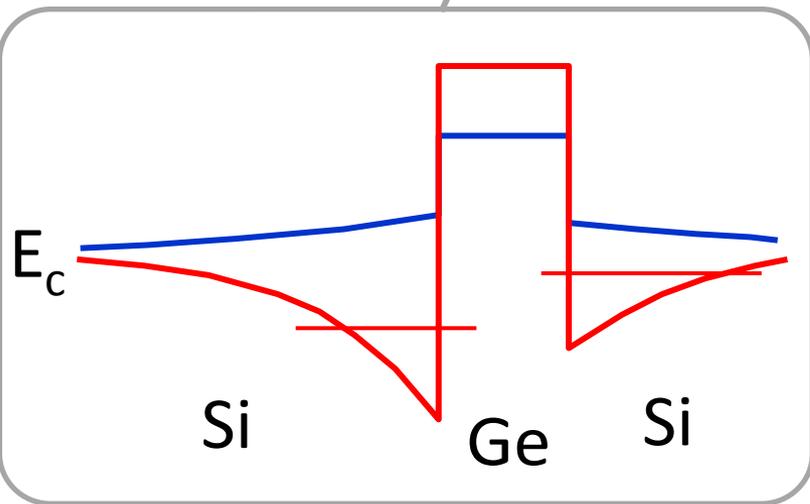
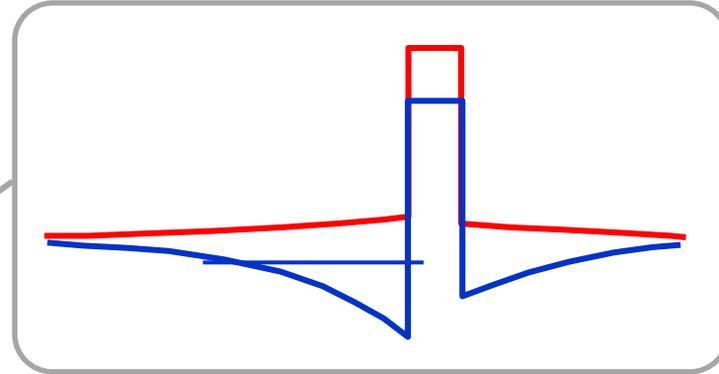
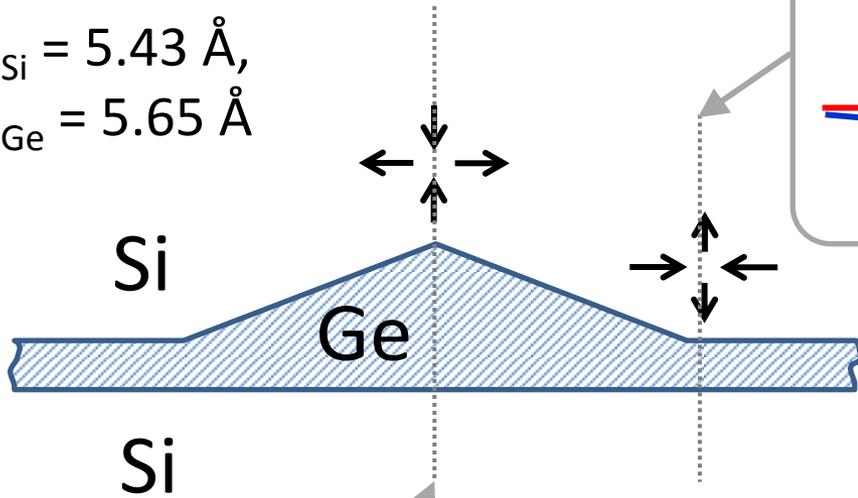
Электронная волновая функция

Волновая функция дырок

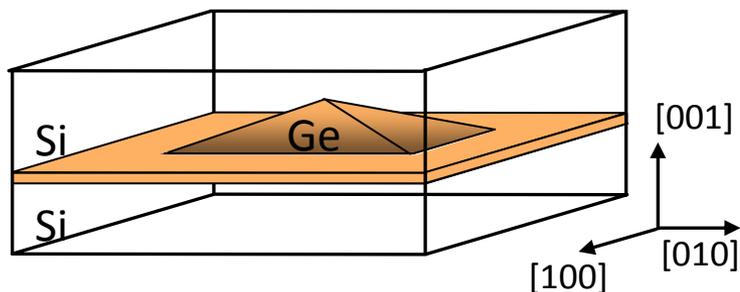
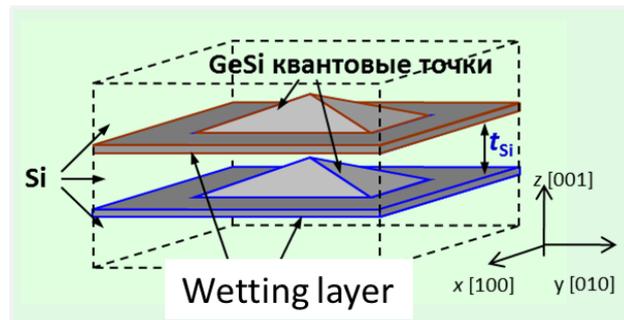
Электронная волновая функция

Ge квантовые точки в матрице Si

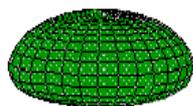
$$A_{\text{Si}} = 5.43 \text{ \AA},$$
$$A_{\text{Ge}} = 5.65 \text{ \AA}$$



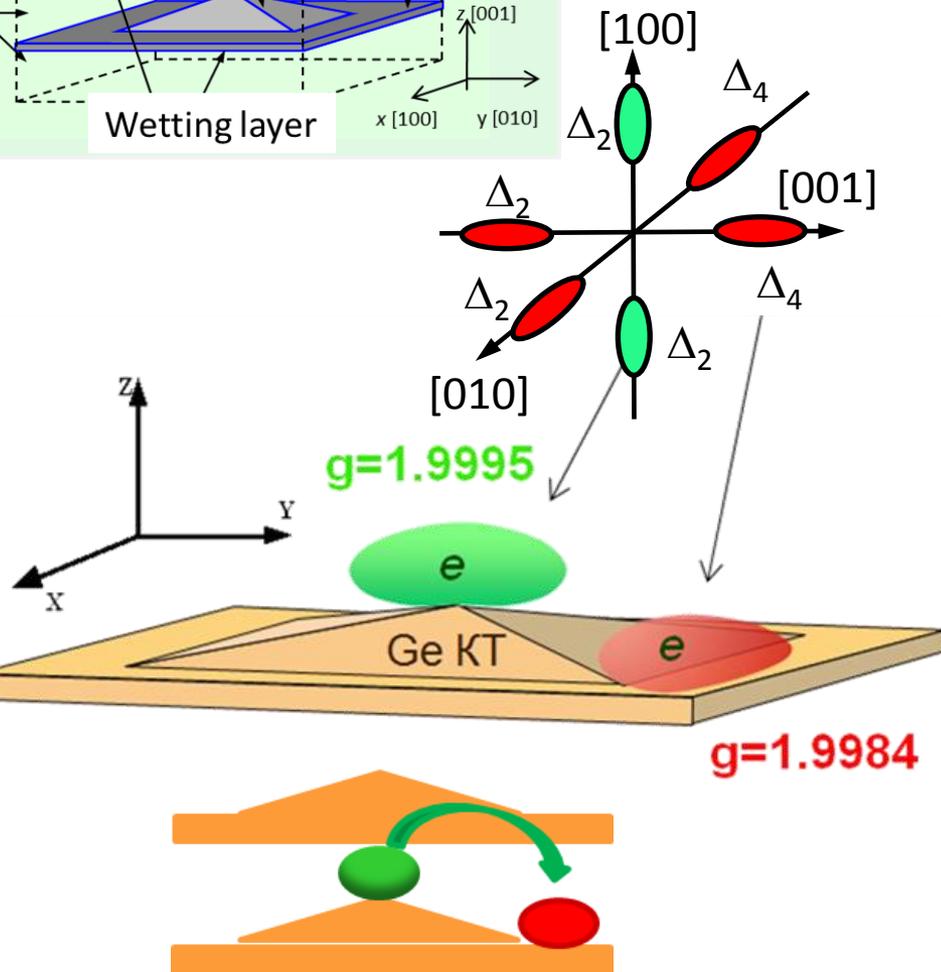
Управление локализацией электронов в двойных Ge/Si изменением расстояния между квантовыми точками



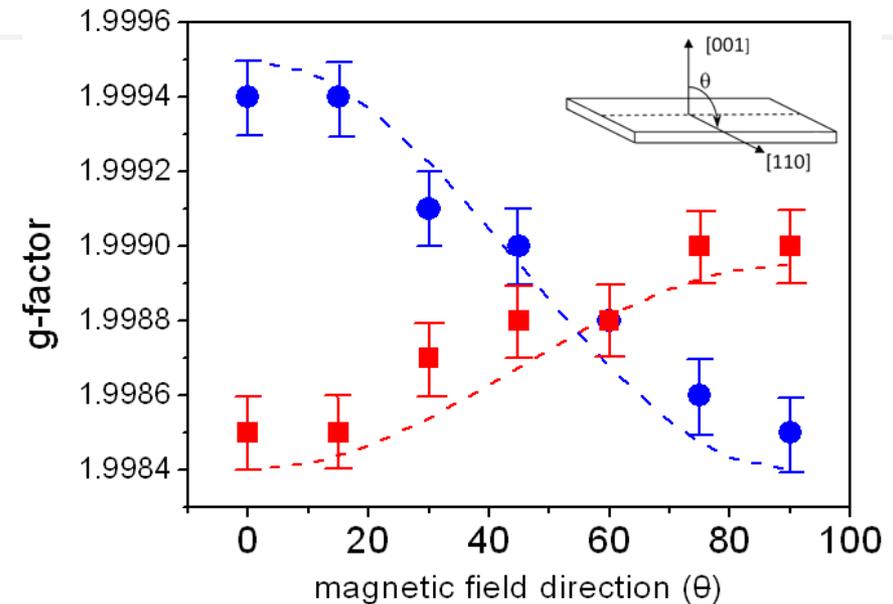
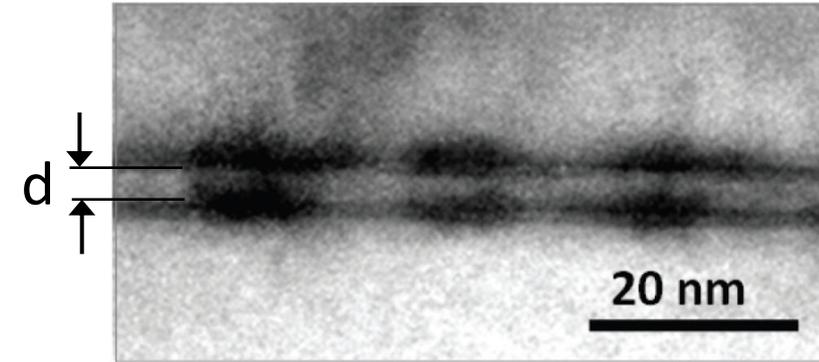
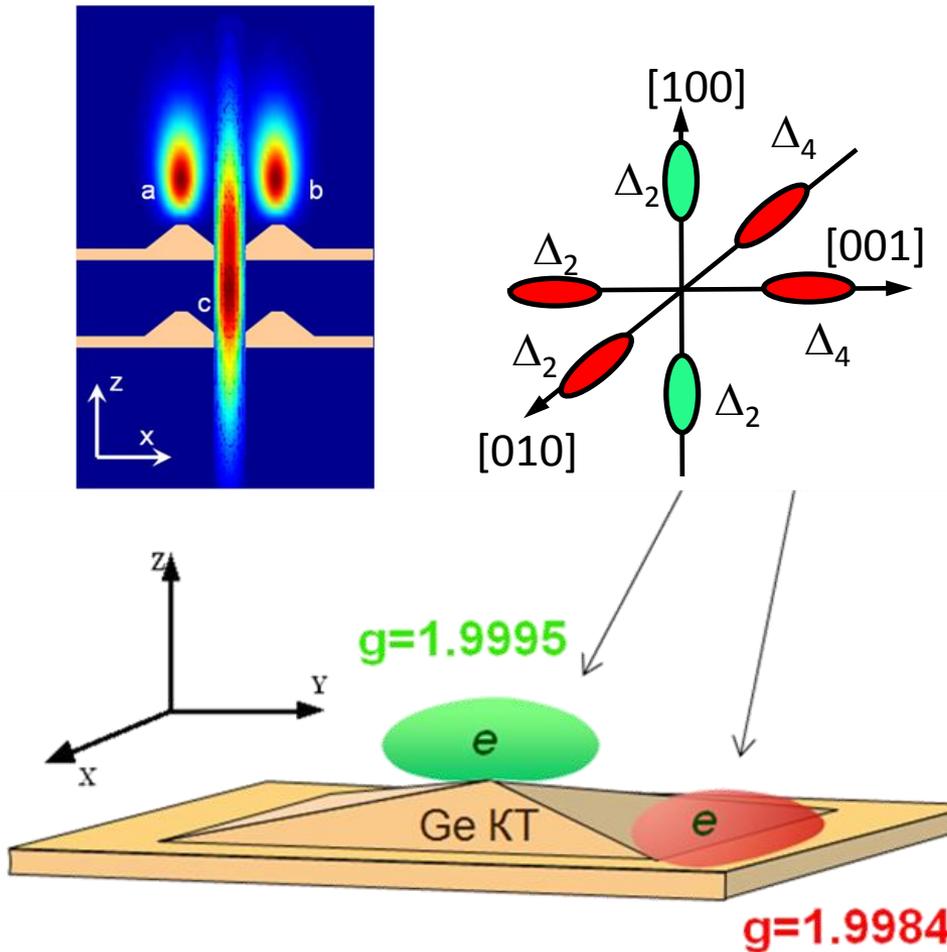
Electron wave function



Ge QD



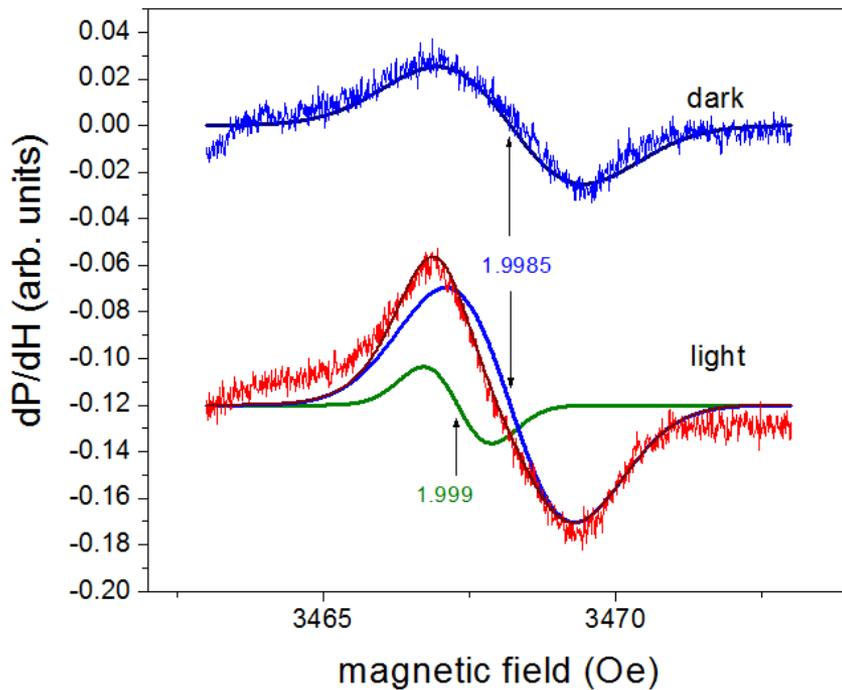
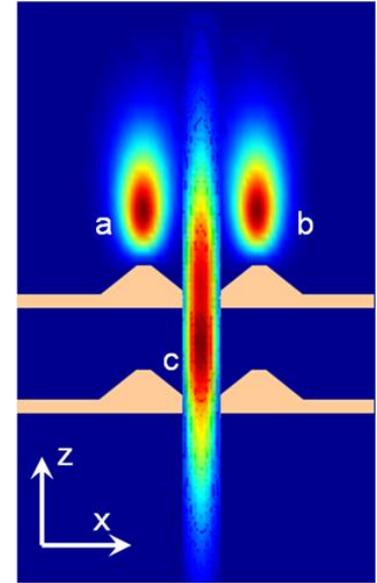
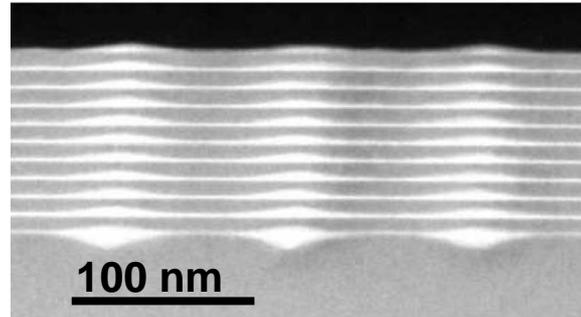
Возможность адресного обращения к кубиту на квантовых точках Ge/Si управлением внешним магнитным полем



Одновременная локализация электронов с разными g-факторами в гетероструктуре Ge/Si

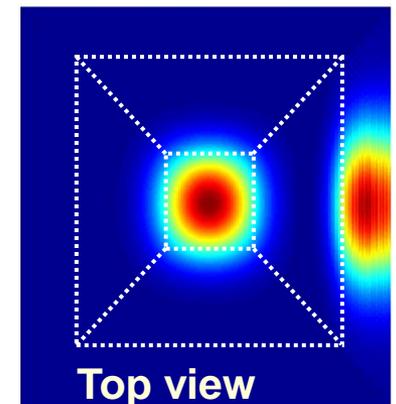


Prof. Dr. Detlev
Grützmacher
Peter Grünberg Institute
Forschungszentrum
Jülich, Germany



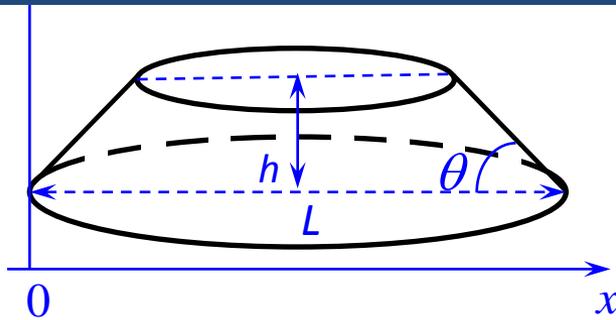
$$\Delta_{100}, g_{zz} = 1.9985,$$
$$\Delta_{010}, g_{zz} = 1.9990$$

Обменный интеграл
 $J=1.4 \cdot 10^{-10}$ eV,
близок к оптимальному
для проведения
квантовых операций



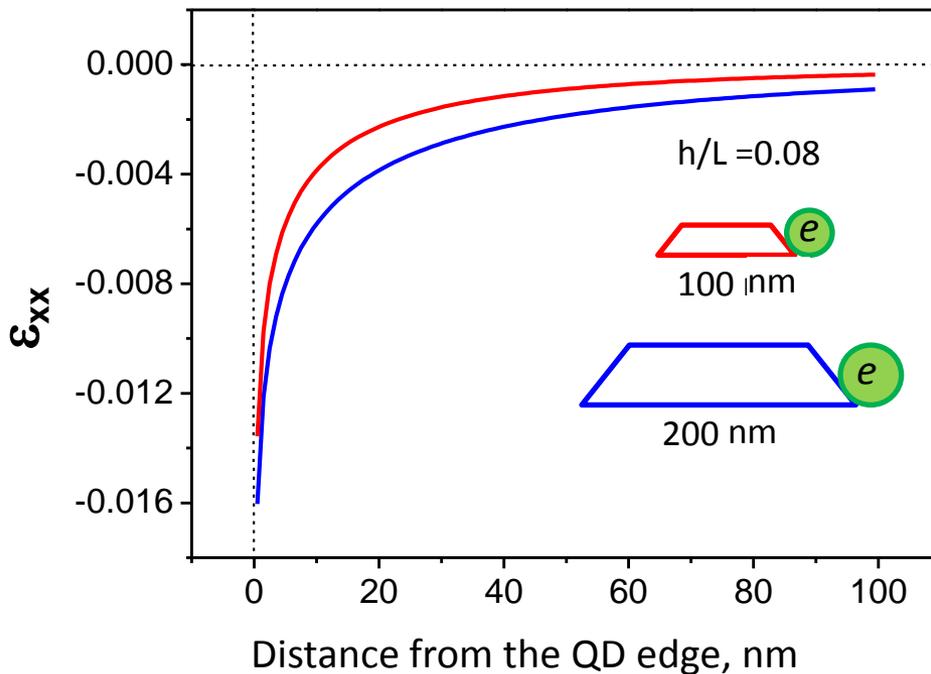
Top view

Одновременная локализация электронов с разными g-факторами: Ge нанодиск



Потенциальная энергия электрона:

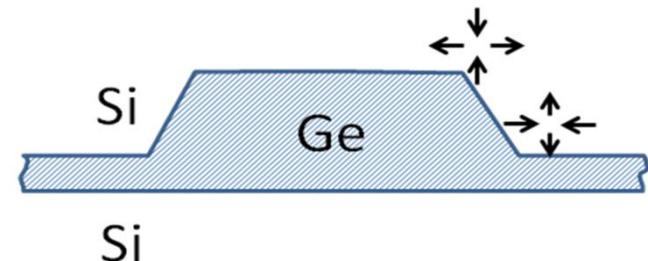
$$U(x) \sim \varepsilon(x) \sim \log \left| \frac{(x - h \operatorname{ctg} \theta)(x + h \operatorname{ctg} \theta - L)}{x(x - L)} \right|$$



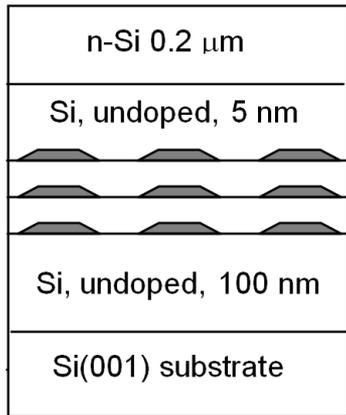
It was found that for quantum dots with $L > 100 \text{ nm}$ the center of electron localization at the QD base edges can be the main even without stacked structures.

The depth of strain-induced potential well at the edge of nanodisc increases with L .

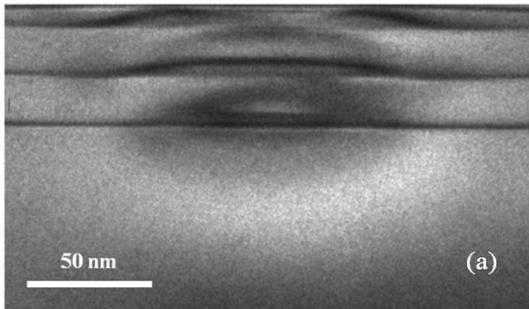
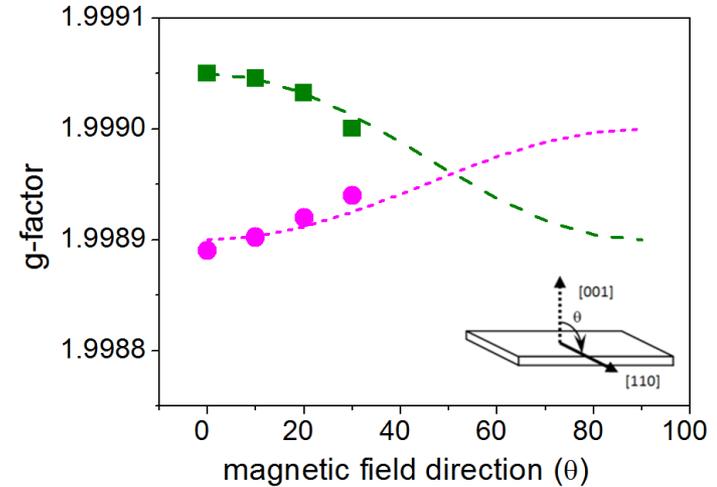
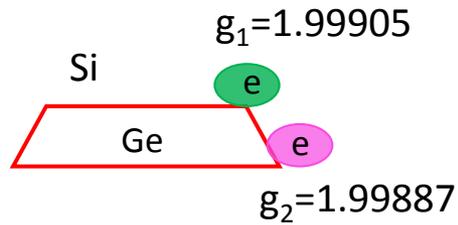
This is due to scaling and effect of getting closer to the singularity



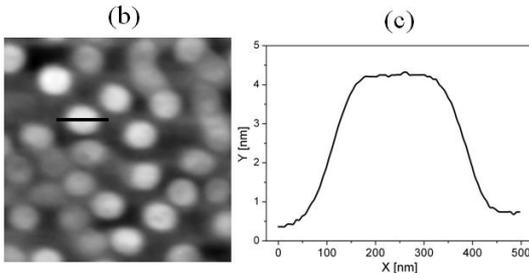
Одновременная локализация электронов с разными g-факторами: Ge нанодиск



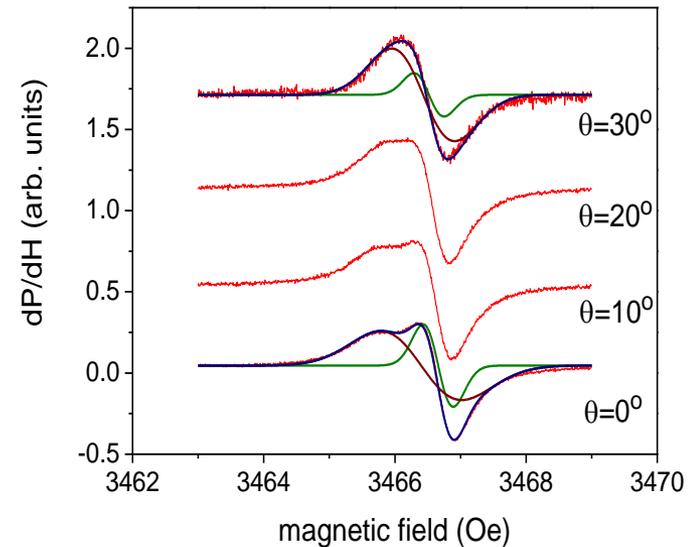
 – nanodisc



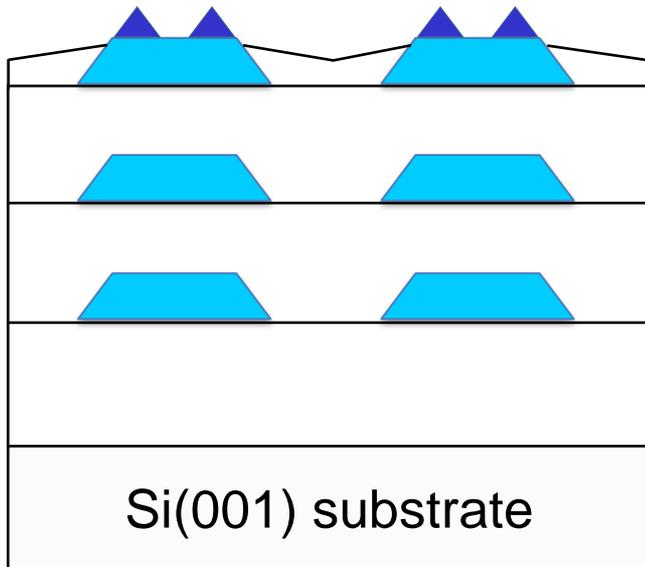
TEM image of the structure under study



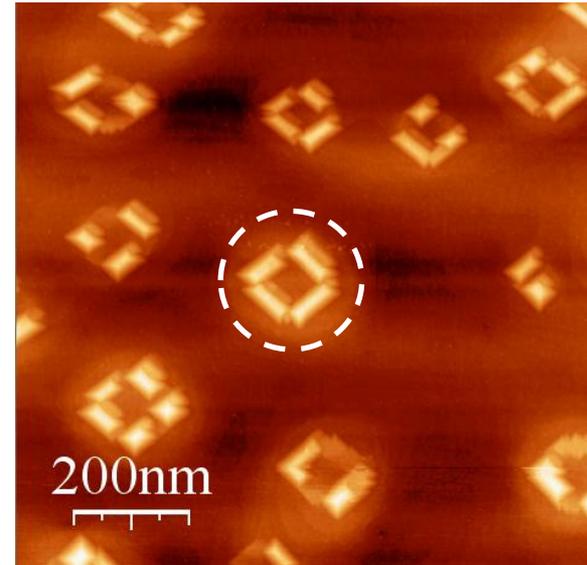
AFM image and surface profile of the structure under study



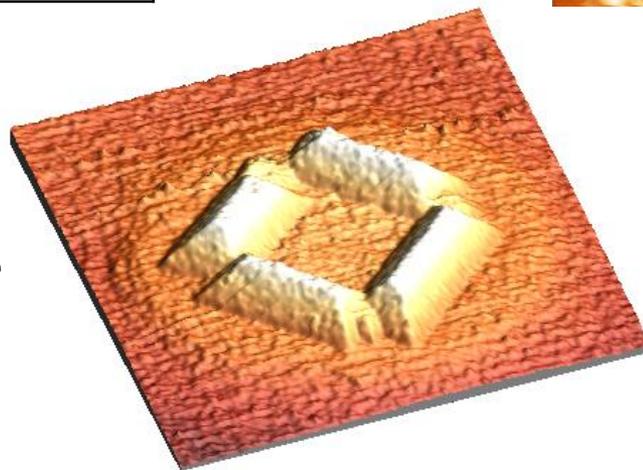
Комбинированные структуры: нанодиски + квантовые точки



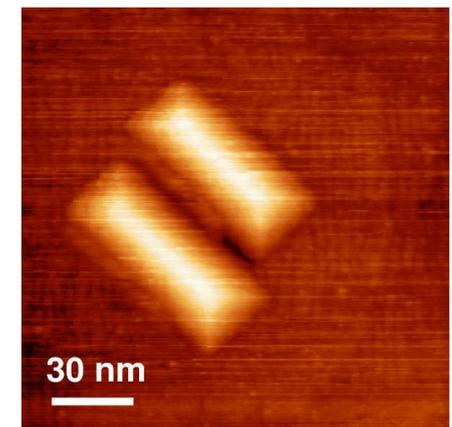
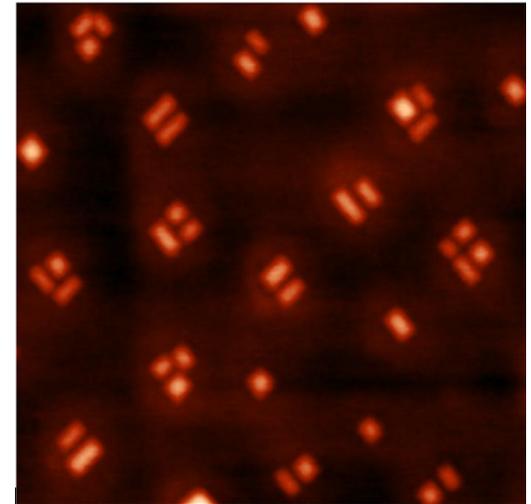
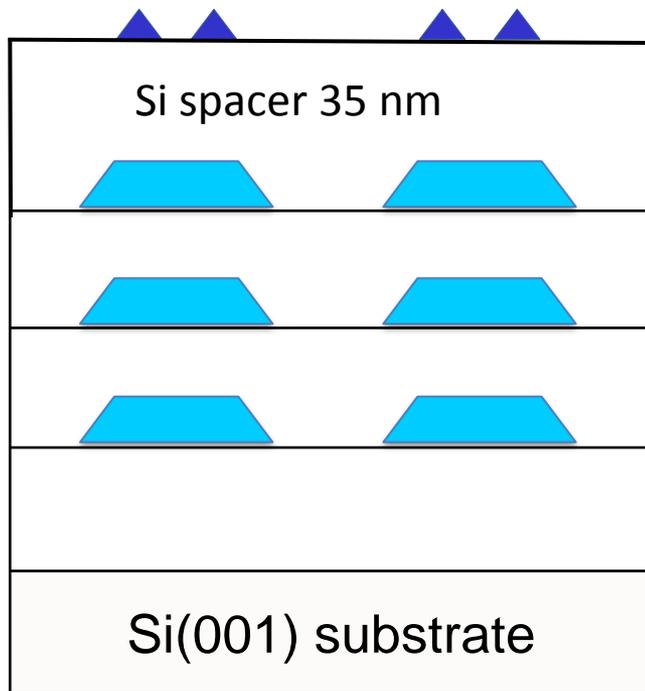
High strain
produced by large disc-like
QD



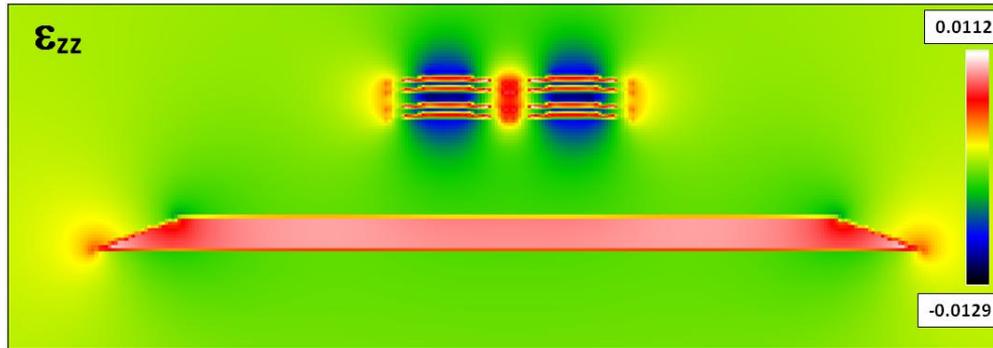
High Ge content
in small QDs grown at
lower temperatures



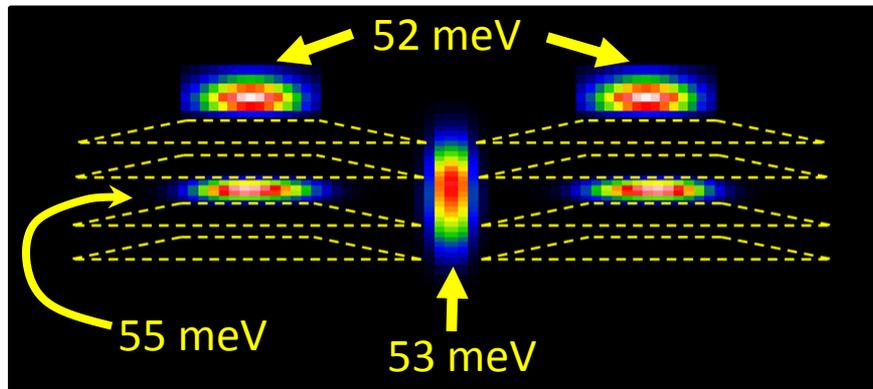
Комбинированные структуры: нанодиски + КВАНТОВЫЕ ТОЧКИ



Комбинированные структуры: нанодиски + КВАНТОВЫЕ ТОЧКИ



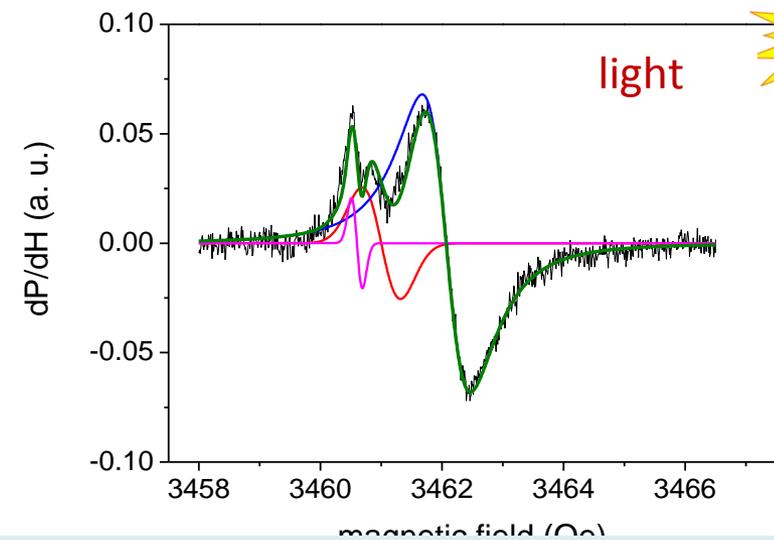
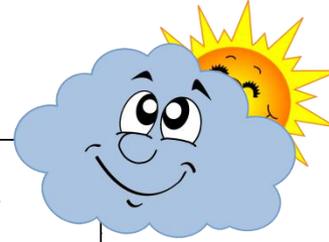
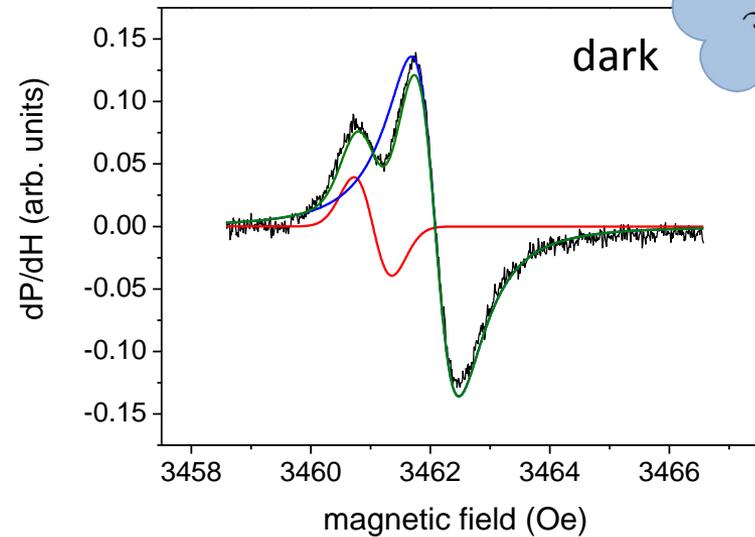
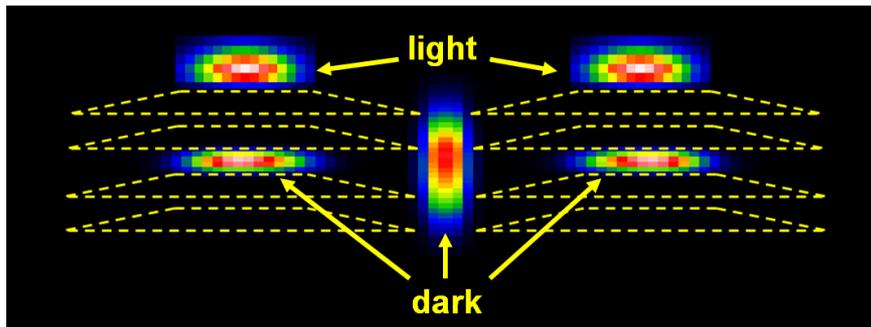
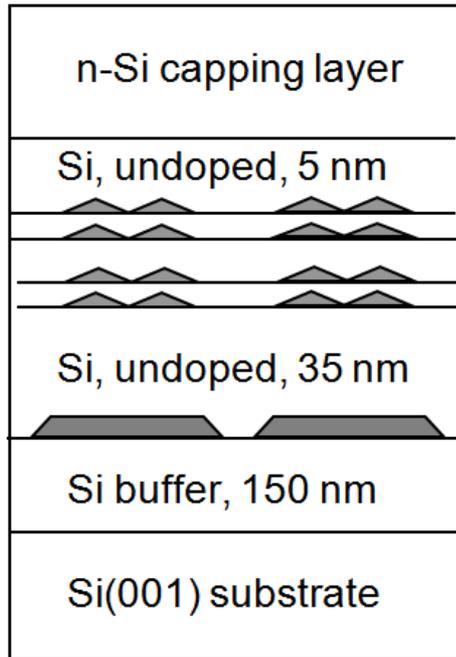
Strain produced by nanodisc does not favor the edge electron localization



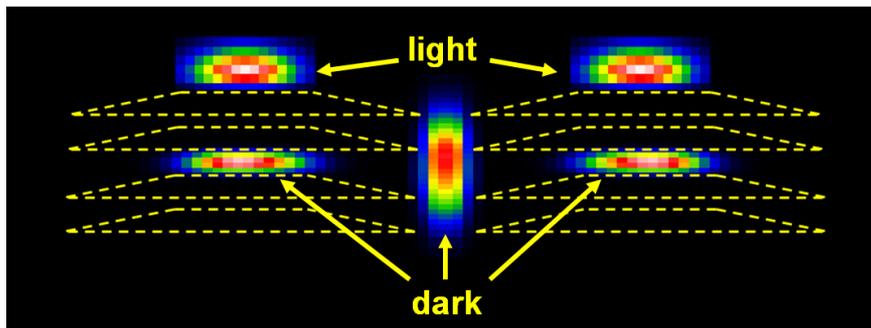
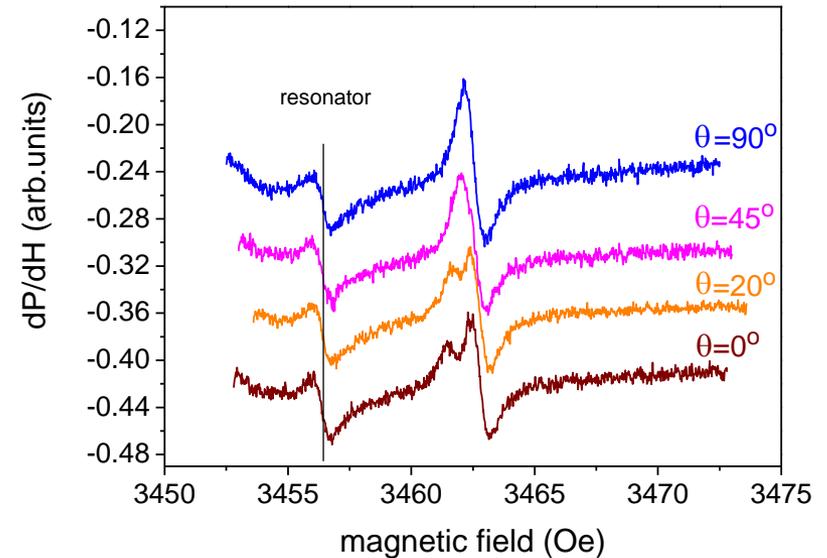
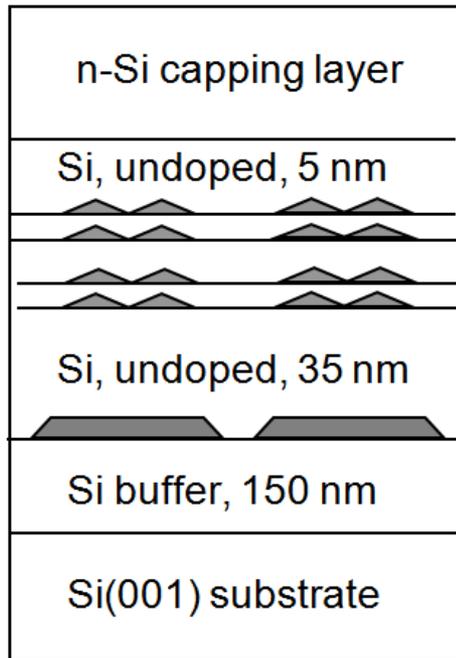
Strain produced by nanodisc promotes the apex electron localization

Strain produced by nanodisc provides the alignment of energy levels of edge and apex electrons

Комбинированные структуры: нанодиски + КВАНТОВЫЕ ТОЧКИ



Комбинированные структуры: нанодиски + КВАНТОВЫЕ ТОЧКИ



ESR signals demonstrate the characteristic angular behavior typical for edge and apex electrons

Выводы

Предложен метод выполнения 1- и 2-кубитовых логических операций в системе двух электронов с постоянным обменным взаимодействием с помощью переменного магнитного поля.

В результате вычислительных экспериментов продемонстрирована принципиальная возможность реализации данного метода.

Параметры системы двух электронов, локализованных в квантовой точке Ge/Si, близки к оптимальным для реализации предложенного метода.

Экспериментально реализована одновременная локализация двух электронов с различием g -факторов порядка 10^{-3} в системе квантовых точек Ge/Si.

